УДК 517.9

МЕТОД ПРОБНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ ПРИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРОДОЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Данилов А.М.

д.т.н., профессор

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства

Пенза, Россия

Гарькина И.А.

д.т.н., профессор

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства

Пенза, Россия

Аннотация. Рассматривается параметрическая идентификация продольного движения транспортного самолета по синхронным измерениям фазовых координат при пробных воздействиях. Для апериодической системы метод сводится к определению постоянных времени на основе использования ретроспективных данных.

Ключевые слова: сложные системы, авиационные тренажеры, имитатор динамики полета, параметрическая идентификация, практические методы.

METHOD OF TRIAL INFLUENCES AT IDENTIFICATION OF THE LONGITUDINAL MOVEMENT

Danilov A.M.

doctor of technical sciences, professor

Penza State University of Architecture and Construction

Penza, Russia

Garkina I.A.

doctor of technical sciences, professor

Penza State University of Architecture and Construction

Penza, Russia

Annotation. Parametrical identification a of the longitudinal movement of the transport aircraft on synchronous measurements of phase coordinates at trial influences is considered. For an aperiodic system, the method reduces to determining the time constants using retrospective data.
Keywords: complex systems, aviation simulators, simulated flight dynamics, parametric identification, practical methods.

Ограничимся продольным движением [1…3]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}\,;\ \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \omega_z \\ \alpha \end{bmatrix}.$$

Задача сводится к решению уравнения

$$\left(p^2 - \sigma p + \Delta\right)X = 0$$

или

$$\left(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1\right)X = 0,$$

$$T^2 = \frac{1}{\Delta}, \quad 2\xi T = -\frac{\sigma}{\Delta}, T = \frac{1}{\sqrt{\Delta}}, \xi = -\frac{\sigma}{2\sqrt{\Delta}}.$$

Рассмотрим случай апериодической системы:

$$\sigma^2 - 4\Delta > 0;\ \sigma = a_{11} + a_{22}, \quad \Delta = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

Имеем

$$T^2 p^2 + 2\xi T p + 1 = (T_1 p + 1)(T_2 p + 1) = T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2)p + 1;$$

$$T_1 T_2 = T^2, \quad T_1 + T_2 = 2\xi T\,;$$

$$T_1 = \frac{T}{\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}} = T\left(\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}\right),\ T_2 = \frac{T}{\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}} = T\left(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right);$$

$\lambda_1 = -\dfrac{1}{T_2}, \lambda_2 = -\dfrac{1}{T_1};\ 0 < T_1 < T_2$ - корни характеристического уравнения.

Решение уравнения $\left(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1\right)X = 0$ имеет вид

$$x(t)=Ae^{-\frac{1}{T_2}t}+Be^{-\frac{1}{T_1}t}.$$

При начальных условиях (*пробные воздействия*) $x(0)=x_0=1,\ \dot{x}(0)=0$ имеем:

$$x(t)=\frac{T_2}{T_2-T_1}e^{-\frac{t}{T_2}}-\frac{T_1}{T_2-T_1}e^{-\frac{t}{T_1}}=y_1(t)-y_2(t);\ \forall t\quad y_1(t)>y_2(t);$$

$$x(t)=\frac{m}{(m-1)}e^{-\frac{t}{T_2}}-\frac{1}{(m-1)}e^{-\frac{t}{T_1}}=y_1(t)-y_2(t);m=\frac{T_2}{T_1};$$

$$\dot{x}(t)=-\frac{m}{(m-1)T_2}e^{-\frac{t}{T_2}}+\frac{1}{(m-1)T_1}e^{-\frac{t}{T_1}}=\frac{1}{(m-1)T_1}\left(e^{-\frac{t}{T_1}}-e^{-\frac{t}{T_2}}\right)<0;$$

$$\ddot{x}(t)=\frac{1}{(m-1)T_1}\left(\frac{1}{T_2}e^{-\frac{t}{T_2}}-\frac{1}{T_1}e^{-\frac{t}{T_1}}\right).$$

Абсцисса точки перегиба

$$t_n=T_2\frac{\ln m}{m-1}=T_2\ \ln(m)^{\frac{1}{m-1}};\ m=e^{t_n\left(\frac{m-1}{T_2}\right)}$$

фактически является одним из основных параметров оптимизации; ее значение практически можно определить по осциллограмме $x(t)$ при пробных воздействиях (отклонение руля высоты).

Найдем значение $t=t_k$, при котором $\frac{y_1(0)}{y_1(t_k)}=k_1,\frac{y_2(0)}{y_2(t_k)}=k_2,\frac{x(0)}{x(t_k)}=k$.

Имеем:

$$y_1(t_k)=\frac{m}{m-1}e^{-\frac{t_k}{T_2}}\ ,\quad y(0)=\frac{m}{m-1}.$$

Отсюда

$$k_1=e^{\frac{t_k}{T_2}},\frac{t_k}{T_2}=\ln k_1,t_k=T_2\ln k_1.$$

Из соотношения k_2 получим

$$k_2=\frac{1}{m-1}:\frac{1}{m-1}e^{-\frac{T_2\ln k_1}{T_1}}=e^{-m\ln k_1}=e^{\ln k_1^{-m}}=k_1^{-m}=\frac{1}{k_1^m};$$

$$k_2 = \frac{1}{k_1^m}.$$

Определим k через k_1:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{m-1}\left(me^{-\ln k_1} - e^{-m\ln k_1}\right)} = \frac{1}{(m-1)\left(me^{\ln k_1^{-1}} - e^{\ln k_1^{-m}}\right)};\ k = \frac{m-1}{\frac{m}{k_1} - \frac{1}{k_1^m}}.$$

Имеем

$$\frac{y_2(t)}{y_1(t)} = \frac{\frac{1}{m-1}e^{-\frac{t}{T_1}}}{\frac{m}{m-1}e^{-\frac{t}{T_2}}} = \frac{1}{m}e^{\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)t} < 1$$

для всех t, так как $T_2 > T_1, \frac{1}{m} < 1$.

Определим значение $t = t_{21}$, при котором $\frac{y_2}{y_1} = \frac{\beta}{100}$.

При $t \geq t_{21}$ с точностью β%

$$x(t) \approx y_1(t);$$

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{m}e^{\left(-\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)t_{21}} \leq \frac{\beta}{100},$$

$$\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)t_{21} \leq \ln\frac{m\beta}{100},\ t_{21} \leq \frac{T_2}{1-m}\ln\frac{m\beta}{100}$$

(при $t > t_{21}$ можно $y_2(t)$ пренебречь с точностью β%).

В силу $x_1(t) \approx y_1(t)$ при $t \geq t_{21}$.

$$k = \frac{x_1(0)}{y_1(t_{21})} = \frac{m-1}{m}e^{\ln\left(\frac{m\beta}{100}\right)^{\frac{1}{1-m}}} = \frac{m-1}{m}\left(\frac{m\beta}{100}\right)^{\frac{1}{1-m}}.$$

При $t = t_{21}$

$$\frac{T_2}{1-m}\ln\frac{m\beta}{100} = T_2 \ln k_1$$

$$\ln\left(\frac{m\beta}{100}\right)^{\frac{1}{1-m}} = \ln k_1, \; k_1 = k_1(t_{21}) = \left(\frac{m\beta}{100}\right)^{\frac{1}{1-m}}.$$

При значении $t_{21} = \dfrac{T_2}{1-m}\ln\dfrac{m\beta}{100}, k_1 = k_1(t_{21})$.

Таким образом,

$$k(t_{21}) \approx \frac{m-1}{m}\left(\frac{m\beta}{100}\right)^{\frac{1}{1-m}};$$

истинное значение $k(t_{21})$ определится по формуле

$$k(t_{21}) = \frac{m-1}{m\left(\dfrac{100}{m\beta}\right)^{\frac{1}{1-m}} - \left(\dfrac{100}{m\beta}\right)^{\frac{1}{1-m}}}.$$

Постоянная времени T_2 легко определится по концу переходного процесса $x(t)$, где она определяется как решение уравнения $(T_2 p + 1)x = 0$

и имеет вид

$$x(t) = ce^{-\frac{t}{T_2}};$$

c определится из начального условия $x(0) = x(t_k), c = x(0)$.

Справедливо

$$T_2 = \frac{\mathrm{T}}{\ln k_{\mathrm{T}}}; \; \frac{x(0)}{x(t_k + \mathrm{T})} = k_{\mathrm{T}} = \frac{x(0)}{x(0)e^{-\frac{1}{T_2}\mathrm{T}}} = e^{\frac{\mathrm{T}}{T_2}}$$

(фактически воспользовались логарифмическим декрементом затухания; при выбранном t_k имеем $k = \dfrac{x(0)}{x(t_k)}$; $\ln k_1 = \dfrac{t_k}{T_2}, T_2 = \dfrac{\ln k_{\mathrm{T}}}{\mathrm{T}}$).

Из соотношения $k = \dfrac{m-1}{\dfrac{m}{k_1} - \dfrac{1}{k_1^m}}$, связывающего k и k_1, определится значение m, а далее и второй искомый параметр оптимизации $T_1 = \dfrac{T_2}{m}$.

Предложенный подход эффективно использовался при настройке имитатора динамики полета транспортного самолета [4,5].

Библиографический список

1. Лапшин Э.В Лапшин Э.В. Системы координат и математические модели кинематики и динамики движения самолёта / Э.В.Лапшин, Г.Г. Беликов, Т.В.Жашкова Т.В. // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. - 2015. - № 4 (26).- С. 209-217.
2. Разработка и анализ математических моделей динамических систем / Э.В.Лапшин // Труды международного симпозиума «Надежность и качество». - 2013. - Т. 1.- С. 241-243.
3. Гришко А.К. Методология управления качеством сложных систем / А.К. Гришко, Н.К.Юрков, И.И.Кочегаров // Труды международного симпозиума «Надежность и качество». - 2014. - Т. 2. - С. 377-379.
4. Авиационные тренажеры модульной архитектуры / Лапшин Э.В., Данилов А.М., И.А.Гарькина, Клюев Б.В., Юрков Н.К. Под редакцией Лапшина Э.В., Данилова А.М. – Пенза, ИИЦ ПГУ. – 2005. - 146 с.
5. Andreev A.N. Information models for designing conceptual broad-profile flight simulators / A.N.Andreev, A.M.Danilov, B.V.Klyuev, E.V.Lapshin, A.V.Blinov, N.K.Yurkov // Measurement Techniques.- 2000. - Vol.43. - Issue 8. - P.667-672.