

УДК 336.763

## ***ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ МАРКОВИЦА НА РОССИЙСКОМ ФОНДОВОМ РЫНКЕ***

***Коцюбинская С.А.***

*студент*

*Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ в*

*г. Шахты*

*Россия, Шахты*

**Аннотация:** Данная работа представляет собой исследование эффективности классической методики оптимизации инвестиционного портфеля, предложенной Марковицем, на Российском рынке, в частности на акциях, входящих в индекс Московской Биржи.

**Ключевые слова:** оптимизация инвестиционного портфеля, метод Марковица, коэффициент Шарпа, граница эффективности, бэктестинг.

## ***THE USE OF MARKOWITZ'S THEORY ON THE RUSSIAN STOCK MARKET***

***Kotsubinskaya S.A.***

*student*

*Institute of Service and Entrepreneurship (branch) of Don State Technical University,*

*Shakhty*

*Russia, Shakhty*

**Abstract:** This paper is the research of the efficiency of classical methodic of portfolio optimization proposed by Markowitz on Russian Stock market, in particular, on the data set consisted solely of the stocks incorporated into the index of the Moscow Exchange.

**Keywords:** portfolio optimization, Markowitz's theory, Sharpe Ratio, the efficient frontier, backtesting.

Краеугольный камень современной портфельной теории был заложен Г. Марковицем в 1952 году в его работе [6]. Ключевое внимание в которой уделяется проблеме оптимизации инвестиционного портфеля. В основе ее решения - эффективная граница, представляющая собой набор эффективных портфелей. При этом портфель считается эффективным при соблюдении им одновременно двух условий:

- 1) Все другие портфели, имеющие такую же (или большую) ожидаемую доходность также имеют большее отклонение,
- 2) Другие портфели, имеющие меньший риск, также имеют меньшую ожидаемую доходность.

Построение эффективной границы, а следовательно, и оптимизация портфеля строится на использовании одной из стратегий:

- 1) Минимизация риска при заданном уровне доходности (1),
- 2) Максимизация доходности при заданном уровне риска (2)

Математическое представление, которых:

$$\left\{ \begin{array}{l} VaR_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov_{ij}} \rightarrow \min \\ R_p = \sum_{i=1}^n w_i r_i \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ w_i \geq 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_p = \sum_{i=1}^n w_i r_i \rightarrow \max \\ VaR_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov_{ij}} \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ w_i \geq 0 \end{array} \right. , \quad (2)$$

где  $R_p$  – доходность портфеля;  $VaR_p$  – его риск;  $w_i, w_j$  – доли  $i$ -го  $j$ -го активов в портфеле;  $Cov_{ij}$  – ковариация их доходностей;  $r_i$  – доходность  $i$ -й акции.

### Математическое моделирование построения эффективной границы.

Оценка вероятностного распределения, как способ отбора активов в многократно повторяющейся модели (формирование портфеля) выполнялась методом Монте-Карло. В качестве критерия обоснованности риска использовался коэффициент Шарпа, отражающий его превышение над доходностью  $A$  принцип диверсификации, лежащий в основе модели Марковица, позволил снизить уровень риска портфеля за счет рационального распределения долей активов. Все вычисления проводились на высокоуровневом языке программирования Python.

На рис. 1 приведен результат моделирования стратегий построения эффективной границы, из которого видно, что ее расположение обусловлено портфелем с минимальным риском и портфелем с максимальным коэффициентом Шарпа.

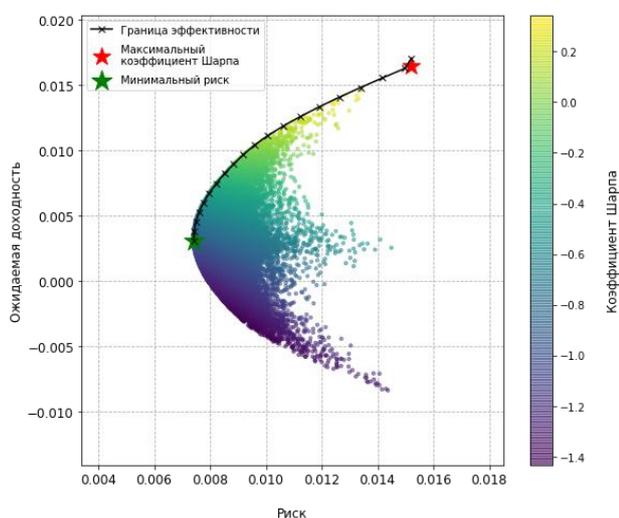


Рис. 1 - Эффективная граница

**Экспериментальные исследования.** Структура оптимального портфеля находится в сильной зависимости от ожидаемой доходности и риска отдельных акций, которые не могут быть явно выявлены и поэтому должны быть

вычислены. Для этого используется бэктестинг, в процессе которого анализируются исторические данные. Для каждого наблюдения (дня) вычисляется структура портфеля, основанная на наборе информации доступной в данный момент. Веса активов в портфеле распределяются согласно доходности активов за период  $(t - m, t - 1)$ , где  $m$  определяет размер предыдущих данных, которые используются. С целью уклонения от преждевременного смещения необходимо убедиться, что алгоритм использует только информацию, которая будет доступна в период ребалансировки портфеля.

В основе проведённого бэктестинга - алгоритм математического моделирования с использованием акций, входящих в индекс Московской Биржи (ИМОЕХ) [10] по состоянию на декабрь 2018.

Набор портфелей составляет эффективную границу. Стратегия основывается на квадратичной оптимизации, поэтому минимизируются найденные показатели риска и отрицательной доходности. Эффективная граница вычисляется с использованием постоянного временного окна, основанного на исторических данных, размер которого не обязательно является большой величиной; портфель в условиях реального рынка оптимизируется наиболее часто: например, каждый день.

С целью анализа смещения эффективной границы с течением времени проведены экспериментальные исследования за период с 2013 по 2018 г. методом полугодового скольжения (Six Month Rolling Method)

Скольжение (Rolling) - метод анализа изменения набора данных выбором окна, который движется с течением времени. Принцип данного метода состоит в представлении последовательного просмотра данных. В данном случае была выбрана глубина окна - 6 месяцев (126 дней).

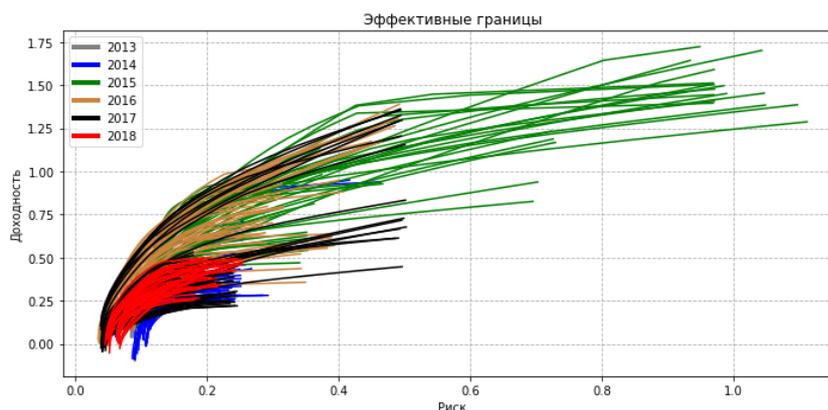


Рис. 2 - Динамичная граница эффективности

Когда мы рассматриваем заданный период без накопления старых наблюдений, риск и доходность портфеля движутся в другом направлении. В 2015 риск увеличивается в сравнении с предыдущими годами. В частности, более 100%, при снижении в 30% в 2017 и в 2018.

Поэтому динамическая граница может быть наглядным примером эффекта добавления новых исследований с фиксированной начальной датой или в скользящем периоде. Однако в зависимости от метода и выбранных параметров результаты могут в значительной степени различаться, поэтому следует соблюдать осторожность с данным подходом.

Поскольку эффективные границы со временем меняются, некогда эффективный портфель может оказаться вне эффективной границы в последующие периоды времени. Более того, неясно, какой портфель выбрать.

Одно из решений - изучение временного смещения эффективных границ и определение последовательности портфелей, которые остаются относительно стабильными от одного эффективного рубежа к другому. Для визуализации этой стабильной области использовался Python.

На рис. 2 приведены эффективные границы, построенные как функции времени. Были рассчитаны эффективные границы с 40 портфелями на каждой границе. Анализируя результаты на Рис. 3, можно выявить последовательность портфелей - в темно-голубой области - с небольшим отклонением доходности

или риска и с неизменно положительной ожидаемой доходностью по отношению к рынку.

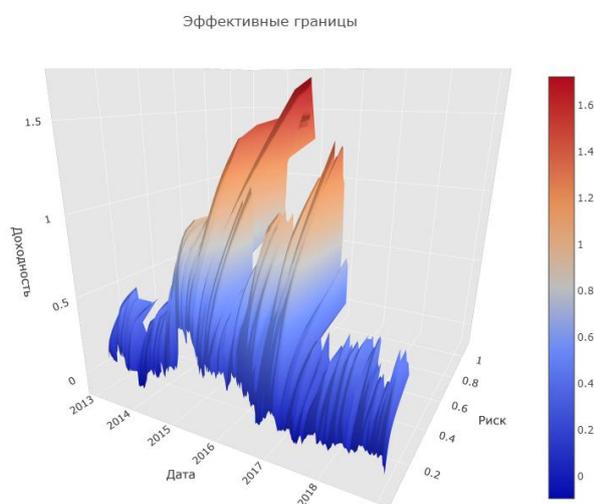


Рис.3 - Стабильная область эффективной границы

Чтобы оценить результаты исследований, рассмотрим изменение доходности портфеля при его ребалансировке каждые 126 дней согласно найденной стабильной области (рис.3). На рис. 4 показаны доходности портфеля, индекса Московской Биржи и акций, входящих в него. В результате ребалансировки удалось собрать портфель с максимальным коэффициентом Шарпа, который за последние 6 лет по доходности в 3,7 раза больше доходности индекса Московской Биржи. Средняя годовая доходность портфеля составила 31.91%.

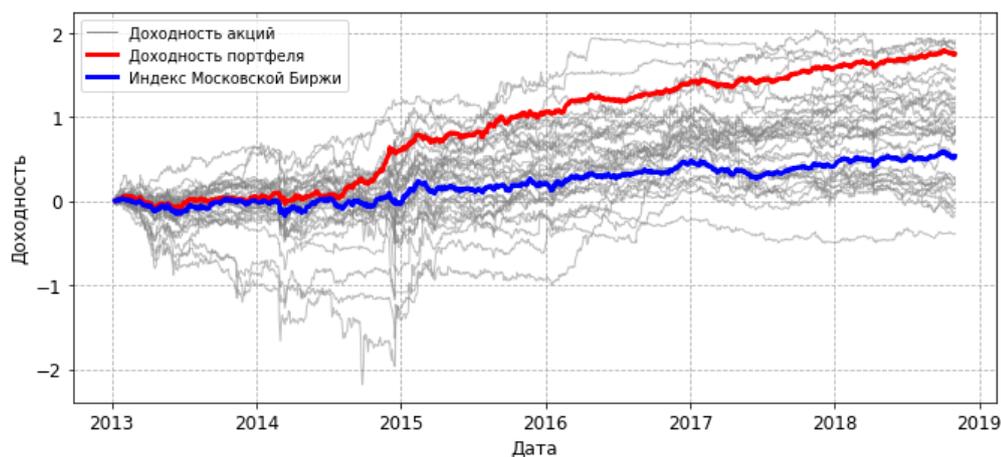


Рис. 4 - Результаты бэктестинга

**Выводы.** Задача нахождения правильной структуры портфеля находится в центре внимания как исследователей, так и практиков. В данной статье была использована методология нахождения оптимального инвестиционного портфеля, введенная Г. Марковицем. Эффективность измерялась оценкой итогового значения стоимости активов и значением максимального спада в выбранный для бэктестинга период. Результаты бэктестинга показали эффективность классической методики оптимизации инвестиционного портфеля, предложенной Марковицем, на Российском рынке, в частности на акциях, входящих в индекс Московской Биржи. Ребалансировка и оптимизация портфеля позволили добиться доходности, которая за последние 6 лет превосходит в 3,7 раза доходность индекса Московской Биржи.

#### Библиографический список:

1. SHARPE, W. F. (1966). Mutual fund performance // The Journal of Business 39 (1): 119–138 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://dx.doi.org/10.1086/294846>

2. SHALIT, H., YITZHAKI, S. (1984). Mean- Gini, portfolio theory, and the pricing of risky assets // The Journal of Finance 39(5): 1449–1468. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-6261.1984.tb04917.x>
3. CASSADER, M., CAGLIO, S., ORTOBELLI, S., CAVIEZEL, V. (2014). On the use of contingent claims in portfolio selection problems // International Journal of Economics and Statistics 2: 220–229 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.naun.org/main/NAUN/economics/2014/a522015-124.pdf>
4. PETRONIO, F., LANDO, T., BIGLOVA, A., ORTOBELLI, S. (2014). Optimal portfolio performance with exchange-traded funds // Central European Review of Economic Issues 17(1): 5–12 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.ekf.vsb.cz/export/sites/ekf/cerei/cs/cisla/vol17/vol17num1/dokumenty/VOL17NUM01PAP01.pdf>
5. GIACOMETTI, R., ORTOBELLI, S., TICHÝ, T. (2015). Portfolio selection with uncertainty measures consistent with additive shifts. Prague Economic Papers 24(1): 3–16. <http://dx.doi.org/10.18267/j.pep.497>
6. H. Markowitz, Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments.: John Wiley & Sons, 1959. Markowitz Harry M. Portfolio Selection // Journal of Finance. 1952. 7. № 1. pp. 71-91
7. Индекс МосБиржи IMOEX [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://www.moex.com/ru/index/IMOEX/constituents/>

*Оригинальность 95%*