

УДК 539.3

**МЕТОД РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК УПРУГОГО
ЗАПОЛНИТЕЛЯ СОСТАВНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ**

Бутина Т.А.

кандидат физико-математических наук, доцент

*Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э.Баумана
(национальный исследовательский университет)*

Москва, Россия

Дубровин В.М.

кандидат технических наук, доцент

*Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э.Баумана
(национальный исследовательский университет)*

Москва, Россия

Полякова Н.С.

кандидат физико-математических наук, доцент

*Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э.Баумана
(национальный исследовательский университет)*

Москва, Россия

Аннотация

Предложен метод расчета упругих характеристик (коэффициентов податливости) сплошного упругого заполнителя, являющегося связующим звеном между внутренней и внешней цилиндрическими оболочками, образующими составную оболочку.

Метод учитывает геометрию обеих оболочек и физико-механические свойства материала упругого заполнителя, представляя плоскую задачу теории упругости в виде системы с конечным числом степеней свободы в поперечном направлении при сохранении бесконечного числа степеней свободы в продольном направлении.

Предложена обобщенная модель упругого заполнителя, которая дает возможность построить ряд более простых расчетных схем упругого заполнителя, таких, как однослойная модель с одной характеристикой; однослойная модель с двумя характеристиками; модель, учитывающая затухание напряжений по высоте упругого заполнителя; многослойная модель с различными упругими характеристиками по высоте упругого заполнителя.

В том случае, когда упругий заполнитель работает только на сжатие без сдвига (усилиями сдвига пренебрегаем по сравнению с усилиями сжатия, либо упругий заполнитель выполнен таким образом, что обеспечивается выполнение такого условия), то обобщенная модель может быть приведена к известной модели Винклера, характеризующейся лишь одним коэффициентом податливости.

Ключевые слова: составная оболочка, внутренняя оболочка, внешняя оболочка, сплошной упругий заполнитель, обобщенная модель, однослойная модель, метод перемещений, условие равновесия, коэффициент податливости.

METHOD FOR CALCULATING THE CHARACTERISTICS OF ELASTIC AGGREGATE OF A COMPOSITE CYLINDRICAL SHELL

Butina T.A.

Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor

Bauman Moscow State Technical University

Moscow, Russia

Dubrovin V.M.

Candidate of Technical Sciences, associate professor

Bauman Moscow State Technical University

Moscow, Russia

Polyakova N.S.

Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor

Bauman Moscow State Technical University

Moscow, Russia

Annotation

A method for calculating the elastic characteristics (malleability coefficients) of a solid elastic aggregate, which is a link between the inner and outer cylindrical shells that form a composite shell, is proposed.

The method takes into account the geometry of both shells and the physical and mechanical properties of the elastic filler material, presenting a flat problem of elasticity theory as a system with a finite number of degrees of freedom in the transverse direction while maintaining an infinite number of degrees of freedom in the longitudinal direction.

A generalized model of elastic aggregate is proposed, which makes it possible to construct a number of simpler calculation schemes of elastic aggregate, such as a single-layer model with one characteristic; a single-layer model with two characteristics; a model that takes into account stress damping along the height of the elastic aggregate; a multi-layer model with different elastic characteristics along the height of the elastic aggregate.

In the case when the elastic aggregate works only for compression without shear (the shear forces are negligible in comparison with the compression forces, or the elastic aggregate is made in such a way that such a condition is met), the generalized model can be reduced to the known Winkler model, characterized by only one compliance coefficient.

Keywords: composite shell, inner shell, outer shell, solid elastic aggregate, generalized model, single-layer model, displacement method, equilibrium condition, compliance coefficient

Введение

Рассматривается составная цилиндрическая оболочка, то есть конструкция, состоящая из внешней и внутренней оболочек, между которыми располагается упругий слой (сплошной упругий наполнитель). Конструктивная схема составной оболочки представлено на рис.1. Внешняя оболочка подвергается воздействию поперечных нагрузок. Упругий наполнитель передает это воздействие на внутреннюю оболочку. Уровень и динамика этого воздействия определяется как параметрами воздействия, так и характеристиками упругого наполнителя.

Как показано в работах [1-4], для определения поперечных нагрузок на внутреннюю оболочку, использующую схему крепления, работающую по принципу сплошного упругого наполнителя, необходимо знать коэффициент упругой податливости этого наполнителя, который определяется геометрией внешней и внутренней оболочек, а также физико-механическими свойствами материала упругого наполнителя.

Математическая модель работы упругого наполнителя при действии поперечных нагрузок на составную оболочку

При решении задачи предполагается, что наполнитель толщиной H расположен между двумя жесткими слоями. Правомерность такого предположения основана на том, что в данном случае определяется деформация самого упругого наполнителя. Предполагается, что материал наполнителя удовлетворяет основным соотношениям теории упругости, а упругие характеристики наполнителя при динамическом нагружении соответствуют характеристикам при статическом нагружении [5-7].

Выделим по образующей оболочки элементарную полоску шириной δ , предполагая, что ввиду малости δ_1 , кривизной полоски можно пренебречь. Поперечными сечениями выделим участок единичной длины $dx = 1$. Рассмотрим равновесие выделенного элемента (рис.2). Задача определения

деформации выделенного элемента сводится к плоской задаче теории упругости, т.к. любой из участков, выделенной длины, находится в одинаковых условиях и работает аналогично соседним участкам.

Задача о плоском напряженном состоянии представляет собой двумерную задачу теории упругости. Для решения этой задачи можно воспользоваться как методом перемещений, так и методом напряжений [2-11]. В первом случае в качестве основных неизвестных принимаются перемещения произвольной точки выделенного элемента $u(x, y), \vartheta(x, y)$ по координатам x, y . Они определяются из условий равновесия упругой системы. Этот метод в строительной механике называется методом деформаций. Во втором случае за основные неизвестные принимаются напряжения $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ в произвольной точке выделенного элемента, которые определяются из условий неразрывности деформаций рассматриваемой системы. Этот метод аналогичен методу сил, применяемому в строительной механике статически неопределимых стержневых систем.

Решение задачи будем искать методом перемещений. Приемом для рассматриваемого элемента продольное перемещение точки $u(x, y)$ и поперечное перемещение $\vartheta(x, y)$. Перемещения считаются положительными, если их направления совпадают с положительными направлениями координатных осей. В общем случае плоской задачи теории упругости напряжения связаны с деформациями посредством следующих соотношений:

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2),$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1), \quad (1)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{E}{2(1 + \mu)} \gamma$$

где σ_x, σ_y – нормальные напряжения по осям x, y ,

τ_{xy}, τ_{yx} – касательные напряжения,

E, μ – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала упругого заполнителя;

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – линейные деформации по осям x, y ,

γ – деформация сдвига.

В свою очередь деформации упругого заполнителя определяются через перемещения в виде

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y}, \gamma = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

Для определения напряженно-деформированного состояния выделенного элемента искомые перемещения представляются в виде конечных разложений:

$$u(x, y) = \sum_{i=1}^m U_i(x, y) \varphi_i(y), (i = 1, 2..m),$$

$$v(x, y) = \sum_{k=1}^n V_k(x, y) \psi_k(y), (k = 1, 2..n).$$

В формулах (2) функции $U_i(x), V_k(x)$ будем считать неизвестными, функции $\varphi_i(y), \psi_k(y)$ определяются из физических соображений. Причём размерность функций $U_i(x), V_k(x)$ принимается равной размерности исходных функций $u(x), v(x)$, в то время как функции $\varphi_i(y), \psi_k(y)$ являются безразмерными. По физическому смыслу функции $U_i(x), V_k(x)$ являются обобщенным перемещениями, так как каждая из m функций $U_i(x)$ для каждого сечения $x = const$ упругого тела обобщенно характеризует величину продольного перемещения $u(x, y)$. Аналогично обстоит дело с функциями $V_k(x)$. Распределение продольных и поперечных перемещений по сечениям $x = const$ характеризуется функциями $\varphi_i(y), \psi_k(y)$, т.е. эти функции могут быть названы функциями поперечного распределения перемещений.

Функции $\varphi_i(y)$, $\psi_i(y)$ аппроксимирующие деформированное состояние упругого заполнителя могут быть выбраны из условия, чтобы они были линейно независимыми и отвечали физическому содержанию задач. Представление исходных перемещений в виде разложений (2) при конечных числах m и n означает сведение упругого элемента к системе с конечным числом степеней свободы в поперечном направлении при сохранении бесконечного числа степеней свободы в продольном направлении. Такие системы носят название дискретно-континуальных в отличие от расчётных моделей, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных, т.е. представляемым как двумерные деформируемые тела, имеющие бесконечное число степеней свободы по обоим переменным. Использование разложения (2) позволяет свести исходную двумерную задачу к одномерной задаче отыскании функций $U_i(x)$, $V_k(x)$.

Определение обобщенных перемещений

Для определения $U_i(x)$, $V_k(x)$ используются условия равновесия выделенного элемента. Под условием равновесия понимается равенство нулю суммарной работы всех внутренних и внешних сил на виртуальных перемещениях. По отношению к выделенному элементу роль внешних сил играют напряжения σ_x , $\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx$, τ_{xy} , $\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx$ возникающие от взаимодействия элемента с отброшенными частями, а также заданная нагрузка, компоненты которой в направлении осей x и y соответственно равны $p(x, y)$, $q(x, y)$. В общем случае уравнение равновесия запишется в виде [12-14]:

$$\int \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} U dF - \int \tau_{xy} \gamma dF + \int p u dy = 0, \quad (3)$$

$$\int \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} v dF - \int \sigma_y \xi_2 dF + \int q v dy = 0.$$

Здесь $dF = \delta_1 dy$ – дифференциал площади поперечного сечения выделенного элемента. Напряжения, в соответствии с формулами (1) при представлении перемещений ведь (2), можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[\sum_{i=1}^m U_i \varphi_i + \mu \sum_{k=1}^n V_k \psi'_k \right], \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[\sum_{k=1}^n V_k \psi'_k + \mu \sum_{i=1}^m U_i \varphi_i \right], \\ \tau_{xy} = \tau_{yx} &= \frac{E}{2(1+\mu)} \left[\sum_{i=1}^m U_i \varphi'_i + \sum_{k=1}^n V_k \psi'_k \right]\end{aligned}\quad (4)$$

Учитывая соотношения (4), из уравнения равновесия можно получить $m+n$ обыкновенных дифференциальных уравнений относительно функций $U_i(x)$, $V_k(x)$ вида:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^m a_{ij} U_i'' - \frac{1-\mu}{2} \sum_{i=1}^m b_{ij} U_i + \sum_{k=1}^n \left(\mu t_{ik} - \frac{1-\mu}{2} C_{ik} \right) V'_k + \frac{1-\mu^2}{E} p_j = 0, \\ - \sum_{i=1}^m \left(\mu t_{hi} - \frac{1-\mu}{2} C_{hi} \right) U'_i + \frac{1-\mu}{2} \sum_{k=1}^n r_{hk} V_k'' - \sum_{k=1}^n s_{hk} V_k + \frac{1-\mu}{E} q_n = 0\end{aligned}\quad (5)$$

В формулах (5) обозначены:

$$\begin{aligned}a_{ij} = a_{ji} = \int \varphi_i \varphi_j dF, \quad b_{ij} = b_{ji} = \int \varphi'_i \varphi'_j dF, \quad C_{ik} = \int \varphi'_i \psi_k dF, \\ C_{hi} = \int \psi'_k \varphi'_i dF, \quad t_{ik} = \int \varphi_i \psi'_k dF, \quad t_{hk} = \int \psi'_k \varphi_k dF, \\ r_{hk} = r_{kh} = \int \psi_h \psi_k dF, \quad s_{hk} = s_{kh} = \int \psi'_h \psi'_k dF.\end{aligned}$$

Физический смысл этих коэффициентов может быть интерпретирован как своего рода рода обобщенные моменты инерции. Свободные члены p_j , q_n в уравнениях (5) при заданных компонентах нагрузок $p(x, y)$, $q(x, y)$ определяются как обобщенные продольные и поперечные погонные (отнесённые к единице длины) силы по формулам:

$$p_j = \int p(x, y) \varphi_j dy, \quad q_n = \int q(x, y) \psi_n dy$$

Величины p_j , q_n представляет собой работу заданных продольных и поперечных нагрузок соответственно перемещениях φ_i и ψ_n . При рассмотрении работы упругого заполнителя массовые силы, распределённые по высоте заполнителя, можно не учитывать, предполагая, что упругое основание работает только под нагрузкой, приложенной к её поверхности. В этом случае свободные члены уравнений (5) определяются в виде:

$$p_j = p(x)\varphi_j(0), q_n = q(x)\psi_n(0)$$

где $p(x)$, $q(x)$ – соответственно сдвигающие и нормальные поверхностные силы, $\varphi_j(0)$, $\psi_n(0)$ – значение функций $\varphi_j(y)$, $\psi_n(y)$ на поверхности упругого заполнителя (при $y = 0$).

Таким образом, система обыкновенных дифференциальных уравнений (5) позволяет определить напряженно-деформированное состояние упругого заполнителя, принимаемого за линейно-деформированную среду конечной толщины H , в условиях плоской деформации. При ограниченном числе членов в разложении (2) решение системы (5) можно рассматривать как известное приближение к точному решению теории упругости. Вместе с тем можно считать, что дифференциальные уравнения (5) характеризуют некоторую обобщённую модель упругого заполнителя, построенную на базе общего вариационного метода. Действительно, выбирая для ограниченного числа функций φ_i , ψ_k различные выражения, будем получать ряд моделей упругого заполнителя, приближенных с точки зрения теории упругости, но достаточно точных с точки зрения практических задач. Увеличивая количество членов в разложении (2) можно увеличить точность решения. Однако увеличение числа членов в разложении (2) ведёт за собой повышение порядка системы уравнений (5), т.е. ведёт к усложнению решения. Более рационально можно повысить точность решения путём более удачного выбора функции

распределения поперечных перемещений φ_i, ψ_k , которые должны выбираться в соответствии с конкретными представлениями о возможном характере распределения перемещений по высоте упругого заполнителя.

В рассматриваемом случае задача может быть значительно упрощена в связи с тем, что основную роль в работе упругого заполнителя играют поперечные перемещения (перемещение по оси y). Поэтому продольными перемещениями (по оси x) по сравнению с поперечными можно пренебречь. Кроме того, из условия задачи очевидно, что можно пренебречь продольными усилиями в упругом заполнителе по сравнению с поперечными усилиями. Тогда приближенно можно принять

$$u(x, y) = 0, v(x, y) = \sum_{k=1}^n V_k(x) \psi_k(y), p(x, y) = 0.$$

С учётом последних соотношений деформации упругого заполнителя равны

$$\xi_1 = 0, \xi_2 = \sum_{k=1}^n V_k(x) \psi'_k(y), \gamma = \sum_{k=1}^n V'_k(x) \psi_k(y)$$

Тогда уравнение равновесия (3) будут иметь вид

$$\frac{1-\mu}{2} \sum_{k=1}^n r_{hk} V_k''(x) - \sum_{k=1}^n s_{hk} V_k(x) + \frac{1-\mu^2}{E} q_n = 0, \quad (h=1,2,\dots,n), \quad (7)$$

где

$$r_{hk} = \int \psi_n \psi_k dF, \quad s_{hk} = \int \psi'_n \psi'_k dF$$

Уравнение (7) описывает определённую модель упругого заполнителя, в основу которой положена гипотеза о том, что продольные перемещения в упругом заполнителе отсутствуют. Такая модель способна распределять нагрузку, т.е. способна вследствие связности работать и за пределами приложения нагрузки. Схематически она может быть представлена как система упругих элементарных столбиков (пружин), между которыми существуют внутренние связи, вовлекающие в работу соседние пружины. Схема работы такова упругого заполнителя представлена на рис.3. Свойства

модели (7) зависят от характера функции $\psi_k(y)$ и количества членов принятых в разложении (2). Это означает, что модель (7), полученная как частотный частный случай обобщенной модели (5), в свою очередь позволяет путём введения дополнительных гипотез построить ряд более простых расчётных схем упругого заполнителя.

Однослойная и многослойные модели упругого заполнителя

В том случае, когда упругий заполнитель представляет собой деформируемый слой небольшой мощности, ($H \ll R$), а поперечные перемещения по подошве этого слоя отсутствуют, можно положить

$$v(x, y) = V_1(x)\psi_1(y), \quad \psi_1(y) = \frac{H-y}{H}. \quad (8)$$

Тем самым предполагается, что вертикальные перемещения по высоте упругого заполнителя распределяются линейно, а функция представляет собой осадку поверхности заполнителя. В рассматриваемом случае вместо системы (7) будем иметь одно уравнение равновесия вида

$$\frac{1-\mu}{2} r_{11} V_1'' - s_{11} V_1 + \frac{1-\mu^2}{E} q_1 = 0, \quad (9)$$

где

$$r_{11} = \int_0^H \psi_1^2 dF = \frac{\delta_1 H}{3}, \quad s_{11} = \int_0^H \psi_1'^2 dF = \frac{\delta_1'}{H}$$

Модель упругого заполнителя, определяемая уравнением (9) называется моделью с двумя характеристиками или однослойной моделью. Напряжения в такой модели в соответствии с общими формами (1) могут быть записаны в виде

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\mu^2} V_1 \psi_1' = -\frac{E}{(1-\mu^2)H} V_1(x), \quad (10)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{E}{2(1+\mu)} V_1' \psi_1 = \frac{E}{2(1+\mu)} \frac{H-y}{H} V_1'(x)$$

Из уравнений (10) следует, что нормальные напряжения в однослойной модели постоянны по высоте слоя, а касательные напряжения меняются по

линейному закону. Если толщина слоя H значительна (H сопоставима с R), выбор функции $\psi_1(y)$ в виде (8) описывает напряженно-деформированное состояние упругого заполнителя весьма приближенно, так как в этом случае уже нельзя считать нормальные напряжения постоянными по всей высоте слоя. Чтобы получить достаточную точность решения задачи, не увеличивая количество членов в разложении (2), функцию $\psi_1(y)$ следует выбирать так, чтобы она учитывала затухание напряжений по высоте упругого заполнителя. Тогда, согласно [15,16], можно принять $\psi_1(y)$ в виде

$$\psi_1(y) = \frac{\text{sh}\gamma(H-y)}{\text{sh}\gamma H}, \quad (11)$$

где γ – коэффициент, характеризующий затухание напряжений по высоте упругого заполнителя. Работа упругого заполнителя при этом будет описываться уравнением (9), коэффициенты r_{11} и s_{11} которого определяется с учётом выражения (11). В том случае, если продольными перемещениями в заполнителе пренебречь нельзя, а упругий заполнитель представляет собой достаточно тонкий слой, перемещения по подошве которого отсутствуют, можно принять

$$u(x, y) = U_1(x)\varphi_1(y), \quad v(x, y) = V_1(x)\psi_1(y),$$

$$\varphi_1(y) = \psi_1(y) = \frac{H-y}{H}$$

Система уравнений (5) в этом случае будет иметь вид

$$a_{11}U_1'' - \frac{1-\mu}{2}b_{11}U_1 + \left(\mu t_{11} - \frac{1-\mu}{2}c_{11}\right)V_1' + \frac{1-\mu^2}{E}p_1 = 0, \quad (12)$$

$$-\left(\mu t_{11} - \frac{1-\mu}{2}c_{11}\right)U_1' - \frac{1-\mu}{2}r_{11}V_1'' - s_{11}V_1 + \frac{1-\mu^2}{E}q_1 = 0$$

Коэффициенты в уравнениях(12) определяются в соответствии с формулами (6). В том случае, если упругий заполнитель представляет из себя достаточно толстый слой, можно положить

$$\psi_1(y) = \varphi_1(y) = \frac{\operatorname{sh}\gamma(H-y)}{\operatorname{sh}\gamma H}$$

либо принять для каждой из этих функций другой закон изменения, отражающий физическое содержание задачи.

Если упругий наполнитель представляет из себя упругий массив, состоящий по высоте из нескольких слоев с различными упругими характеристиками, функции $\varphi_i(y)$, $\psi_k(y)$ могут быть определены из условий непрерывности этих функций и граничных условий при $y=0$, $y=H$ с сохранением общей схемы решение задачи. Такой подход позволяет учитывать неоднородность упругого наполнителя по его высоте и дает возможность решать задачу при многослойном упругом наполнителе [1,13,17].

Таким образом, плоская обобщённая модель упругого наполнителя, свойства которого описываются уравнениями (5) позволяет путём соответствующего выбора функции $\varphi_i(y)$, $\psi_k(y)$ получить множество различных схем упругого наполнителя, с различной степенью точности отражающих конкретную реальную задачу. Поскольку важнейшей особенностью расчёта конструкции составной оболочки, использующей упругий наполнитель, является правильный выбор модели самого упругого наполнителя, вариационный метод в этом смысле предоставляет широкие возможности.

В частности для практического использования можно рассматривать одну из наиболее простых моделей упругого наполнителя - модель с двумя упругими характеристиками, который описывать уравнением (9). Учитывая, что внешняя нагрузка $q(x)$ приложена только к поверхности упругого наполнителя, грузовой член $q_1(x)$ определится по формуле

$$q_1(x) = q(x)\psi_1(0) \quad (13)$$

Так как из физических соображений ясно, что имеем дело с тонким слоем упругого заполнителя ($H \ll R$), то согласно формулам (8) и (13) имеем $\psi_1(0)=1$ и, следовательно, $q_1(x)$ совпадает с поверхностной нагрузкой $q(x)$.

После некоторых преобразований уравнение (9) может быть сведено к виду

$$2tV_1'' - kV_1 + q = 0, \quad (14)$$

где

$$k = \frac{Es_{11}}{1 - \mu^2}, \quad t = \frac{Er_{11}}{4(1 + \mu)},$$

k, t – коэффициенты упругой податливости упругого заполнителя (коэффициенты в постели).

При этом коэффициент k определяет работу упругого заполнителя на сжатие, коэффициент t – на сдвиг. Коэффициент t означает, что поперечные перемещения возникают в упругом заполнителе не только под местом приложения нагрузки, но и за его пределами. Следует заметить, что в том случае, когда упругий заполнитель работает только на сжатие без сдвига (усилиями сдвига пренебрегаем по сравнению с усилиями сжатия, либо упругий заполнитель выполнен таким образом, что обеспечивается выполнение такого условия), то оно может быть приведено к известной модели Винклера, характеризующейся лишь одним коэффициентом упругой податливости K . Действительно, положив в исходных уравнениях равновесия (3) $\tau_{xy} = 0$ и выполнив аналогичные преобразования, будем иметь вместо (9) и (14) соотношения

$$-s_{11}V_1 + \frac{1 - \mu^3}{E}q = 0$$

или

$$-kV_1 + q = 0$$

Последнее соотношение описывает известную гипотезу Винклера, определяющую соответствие между деформаций упругого заполнителя и реакцией отпора этого заполнителя.

Выводы

1. Предложенный метод моделирования работы упругого заполнителя позволяет свести плоскую задачу теории упругости к системе с конечным числом степеней свободы в поперечном направлении при сохранении бесконечного числа степеней свободы в продольном направлении, т.е. к одномерной задаче определения обобщенных перемещений.
2. Предложенная обобщённая модель упругого заполнителя дает возможность путём введения дополнительных гипотез построить ряд более простых расчётных схем упругого заполнителя, в том числе:
 - однослойной модели с одной характеристикой (модель Винклера);
 - однослойная модель с двумя характеристиками;
 - модель, учитывающая затухание напряжений по высоте упругого заполнителя;
 - многослойная модель с различными упругими характеристиками по высоте упругого заполнителя.
3. Наличие многообразия моделей упругого заполнителя обеспечивает возможность выбора различных расчётных схем, позволяющих с необходимой степенью точности решать задачу деформирования сплошного упругого заполнителя в составе составной оболочки.

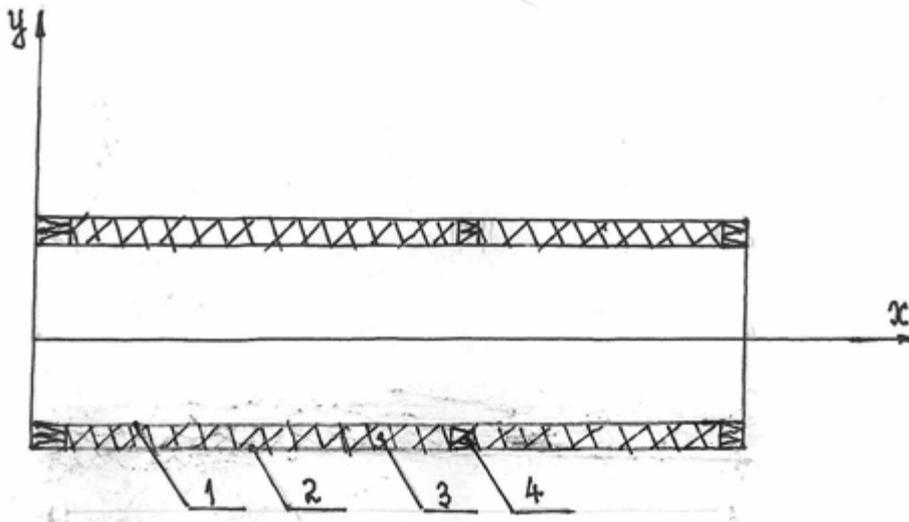


Рис.1 Конструктивная схема составной оболочки с упругим наполнителем
1. Внутренняя оболочка, 2. Внешняя оболочка, 3. Упругий наполнитель, 4. Дискретная упругая опора

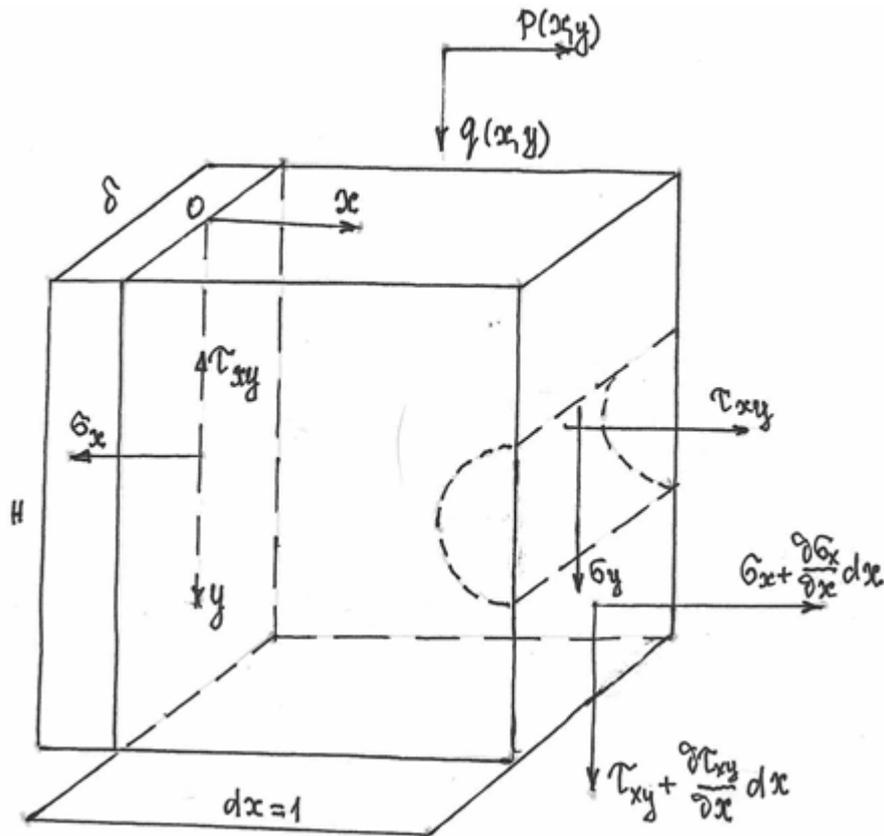


Рис.2 Схема сил и моментов, действующих на элемент упругого наполнителя

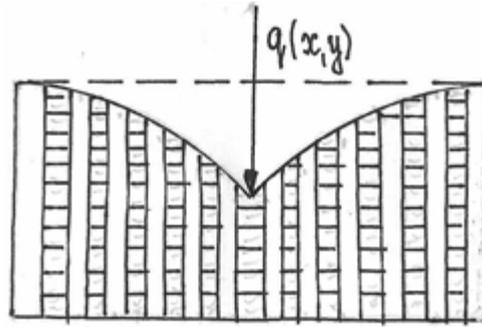


Рис.3 Схема работы упругого заполнителя

Библиографический список

1. Власов В.З., Леонтьев Н.Н. Балки, плиты и оболочки на упругом основании – М.: Изд. физико-математической литературы, 1960 – 490 С.
2. Димитриенко Ю.И. Нелинейная механика сплошной среды – М.: Физматгиз, 2009 – с.624
3. Димитриенко Ю.И. Универсальные законы механики и электродинамики сплошной среды, т.2 – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2011 – 560с.
4. Работнов Ю.Н. Проблемы механики деформируемого твердого тела. Избранные труды – М.: Наука, 1991 – 194с.
5. Бушуев А. Ю., Фарафонов Б. А. Математическое моделирование процесса раскрытия солнечной батареи большой площади // Математическое моделирование и численные методы. - 2014. - №2 (2). - С. 101-114.
6. Yu. I. Dimitrienko, I. D. Dimitrienko and S.V. Sborschikov Multiscale Hierarchical Modeling of Fiber Reinforced Composites by Asymptotic Homogenization Method // Applied Mathematical Sciences . 2015. - Vol. 9. no. 145. - 7211-7220 <http://dx.doi.org/10.12988/ams.2015.510641>
<http://www.m-hikari.com/ams/ams-2015/ams-145-148-2015/p/dimitrienkoAMS145-148-2015.pdf>
7. Окопный Ю.А., Родин В.П., Чарков И.П. Механика материалов и конструкций. – М.: Машиностроение, 2001 – 407с.
Дневник науки | www.dnevniknauki.ru | СМ И ЭЛ № ФС 77-68405 ISSN 2541-8327

8. Димитриенко Ю.И. Тензорный анализ/Механика сплошной среды, т.1 – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010 – 456с.
9. Феодосьев В.И. Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов – М.: Наука, 1993 – 400с 1993
10. Жилин П.А. Актуальные проблемы механики – СПб: Изд-во политехн. ун-та, 2006 – 306с.
11. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости – М.: Наука, 1966 – 708с.
12. Бутина Т.А., Дубровин В.М. О моделировании поведения пористых материалов в элементах многослойных конструкций при кратковременных нагрузках //Инженерный журнал «Наука и инновации». - 2013. - вып. 7(19)– с. 11.
13. Бутина Т.А., Дубровин В.М. Моделирование упругопластического поведения материала при импульсивном нагружении //Инженерный журнал «Наука и инновации». – 2014. - вып. 3(27) – с.11.
14. Бакулин В.Н. Динамические задачи нелинейной теории многослойных оболочек – М.: Наука, 1998 – 462с.
15. Фролов К.В. Избранные труды – М.: Наука, 2007 – 526с.
16. Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование напряженно-деформированного состояния цилиндрической оболочки при воздействии ударной сосредоточенной нагрузки // Инженерный журнал «Наука и инновации». – 2013. - вып.9(21). – С.19.
17. Бутина Т.А., Дубровин В.М. Устойчивость цилиндрической оболочки при комбинированном нагружении // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специальный выпуск №3 «Математическое моделирование». - 2012 – 7с.

Оригинальность 81%