

УДК 539.376

***КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ ОБОЛОЧКИ ВРАЩЕНИЯ В УСЛОВИЯХ
ПОЛЗУЧЕСТИ МАТЕРИАЛА И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В РАСЧЕТАХ
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ОБОЛОЧКИ***

Бутина Т.А.

кандидат физико-математических наук, доцент

*Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э.Баумана
(национальный исследовательский университет)*

Москва, Россия

Дубровин В.М.

кандидат технических наук, доцент

*Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э.Баумана
(национальный исследовательский университет)*

Москва, Россия

Полякова Н.С.

кандидат физико-математических наук, доцент

*Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э.Баумана
(национальный исследовательский университет)*

Москва, Россия

Аннотация

Ползучесть, наряду с упругостью и пластичностью, является одним из основных свойств конструкционных материалов. Она заключается в увеличении деформации в процессе эксплуатации конструкции под действием даже постоянных нагрузок. Ползучесть проявляется и при небольших уровнях напряжений и нормальных температурах, но она, как правило, мала в течение всего времени эксплуатации и отбрасывается при расчетах. Однако, при повышении температуры и уровня напряжений в конструкциях ползучесть становится заметной, а иногда и решающей характеристикой в расчетах.

В настоящей статье предлагается метод решения задачи определения напряженно-деформированного состояния оболочки вращения в условиях ползучести материала. Метод учитывает связи между напряжениями, деформациями, температурой и временем работы конструкции с использованием систем уравнений, имеющих универсальный характер. Метод основан на критерии устойчивости, в качестве которого выбрана величина накопленной деформации.

Ключевые слова: деформация ползучести, напряженно-деформированное состояние, уровень напряжения, нагружение конструкции, критерии устойчивости.

***CRITERIA FOR THE STABILITY OF THE SHELL OF ROTATION UNDER
CONDITIONS OF CREEP OF THE MATERIAL AND THEIR USE IN THE
CALCULATIONS OF THE STRESS-STRAIN STATE OF THE SHELL***

Butina T.A.

Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor

*Bauman Moscow State Technical University
Moscow, Russia*

Dubrovin V.M.

Candidate of Technical Sciences, associate professor

*Bauman Moscow State Technical University
Moscow, Russia*

Polyakova N.S.

Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor

*Bauman Moscow State Technical University
Moscow, Russia*

Annotation

Creep, along with elasticity and plasticity, is one of the main properties of structural materials. It consists in increasing the deformation during the operation of the structure under the influence of even constant loads. Creep also manifests itself at low stress levels and normal temperatures, but it is usually small during the entire operating time and is discarded during calculations. However, with an increase in temperature and stress levels in structures, creep becomes noticeable, and sometimes a decisive characteristic in calculations.

This article proposes a method for solving the problem of determining the stress-strain state of the shell of rotation under conditions of creep of the material. The method takes into account the relationships between stresses, deformations, temperature and operating time of the structure using systems of equations having a universal character. The method is based on the stability criterion, as which the value of accumulated deformation is selected.

Keywords: creep deformation, stress-strain state, stress level, structural loading, stability criteria

Введение

В настоящее время не существует единой теории ползучести, пригодной для всех материалов. Более того, при различных внешних воздействиях поведение одного и того же материала подчиняется различным теориям [10,11].

Кроме того, в экспериментах при одинаковых внешних воздействиях поведение одинаковых образцов из одного и того же материала отличается на 10-20% из-за незначительных, практически не подлежащих учету отличий в микроструктуре. Небольшие изменения внешних воздействий (погрешность опыта) приводят к значительному разбросу результатов экспериментов из-за сильной нелинейности связи напряжений и деформаций, что затрудняет получение достоверных результатов. Для того, чтобы получить полные сведения о ползучести данного материала, необходимо проделать достаточно большое число тщательно поставленных экспериментов для каждого значения внешних воздействий из широкого диапазона их, где ползучесть существенна. Только после этого можно судить о достоверности поведения материала при ползучести.

Результаты испытаний на ползучесть представляются в виде так называемых кривых ползучести, то есть кривых зависимости деформаций от времени.

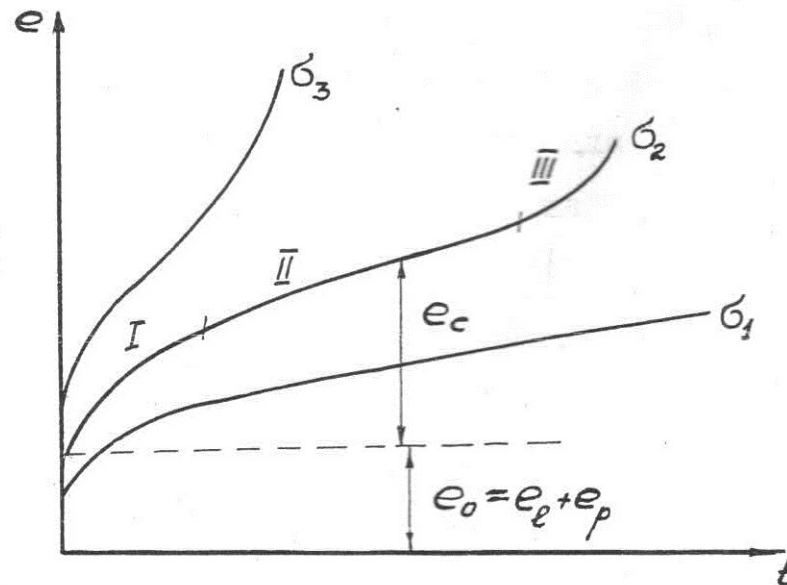


Рис. 1. Кривые ползучести для разных значений напряжений (рис. автора)

На рис.1 изображены типичные кривые ползучести для разных значений напряжений $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$. Мгновенная деформация обозначена e_0 , она может включать в себя как упругую, так и пластическую часть.

Деформация ползучести обозначена e_c . На кривой ползучести, соответствующей напряжению σ_2 , хорошо видны три характерных участка:

- 1 - участок неустановившейся ползучести, на нем скорость деформации убывает;
- 2 - участок установившейся ползучести, на нем скорость деформации постоянна;
- 3 - участок с возрастающей скоростью деформации завершается разрушением.

При более высоких уровнях напряжений и температуры второй участок может стягиваться к нулю и первый участок сразу переходит в третий (кривая, соответствующая σ_3)

Выбор критерия устойчивости конструкции в условиях ползучести материала

Имеются многочисленные попытки составления уравнений, описывающих всю кривую ползучести в целом. Большинство из этих уравнений подобраны эмпирическим путем и достаточно хорошо описывают экспериментальные данные. Для описания ползучести металлов наиболее широко используют гипотезы старения, течения и упрочнения [4,14].

По гипотезе старения предполагается, что для фиксированной температуры существует зависимость между напряжением, деформацией и временем в виде $F_1(\sigma, e, t) = 0$. Конкретный вид уравнения может быть различным, например возможна зависимость $\sigma = \varphi(e)/(1 + \beta t^b)$, где $b \sim 0,3$. Функция $\varphi(e)$ определяется из экспериментов на мгновенное растяжение. Существуют и другие формы записи уравнений теории старения [2,3].

Гипотеза течения предполагает существование зависимости между скоростью деформации ползучести, напряжением и временем. Конкретная запись этого соотношения может быть взята, например, в виде:

$$\dot{\epsilon} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + B\sigma^N, \text{ где } B, N - \text{ функции времени}$$

Из диаграммы на рис.1 видно, что в первом периоде скорость деформации ползучести убывает со временем. Это явление, называемое упрочнением материала, можно описать уравнением состояния, которое устанавливает зависимость между скоростью деформации ползучести, самой деформацией и напряжением. Обычно уравнение имеет вид:

$$\dot{\epsilon}_c = B e^{\alpha} \sigma^N$$

Отправным пунктом при построении теории ползучести для сложного напряженного состояния служат соответствующие построения теории пластичности, которые, как известно, постулируют пропорциональность девиатора напряжений либо девиатору тензора деформаций (деформационная теория), либо девиатору тензора скоростей деформаций (теория течения) [5,12].

Для конструкций, работающих в условиях ползучести, ставится задача нахождения критического времени. На практике критическое время при ползучести определяется как время до нарушения работоспособности

конструкции. Расчетное определение критического времени связано с известными трудностями. Для тонкостенных конструкций имеется несколько постановок задачи устойчивости в условиях ползучести. По одному критерию считается, что конструкция теряет устойчивость, когда накопленная деформация равна критической, найденной без учета ползучести в упругой или упруго-пластической области [10].

Существует квазистатическая постановка задачи об устойчивости в условиях ползучести. Оценка устойчивости системы осуществляется по скорости ее движения. Составляется уравнение, связывающее стрелу прогиба со временем. После линеаризации этого уравнения ищется условие, при котором стрела прогиба остается ограниченной. Вместо скорости возможно рассмотрение ускорения возмущенного движения. Существенным недостатком этих постановок является известный произвол в выборе критерия величины стрелы прогиба и невозможность их использования при отсутствии упрочнения материала в условиях ползучести [6,7,13].

Третий критерий устойчивости относится к несовершенной системе и распространяет на случай ползучести критерий начальных несовершенств. Он основан на предположении, что реальная пластина или оболочка имеет начальные неправильности в форме срединной поверхности, которые можно описать заданием некоторых начальных перемещений. При этом возможны две различные постановки.

Осесимметричная потеря устойчивости характеризуется резким возрастанием скорости роста прогибов в результате учета физической нелинейности задачи. Если учитывать геометрическую нелинейность, то в результате деформирования в условиях ползучести изменяется форма оболочки и ее напряженно-деформированное состояние (НДС). По прошествии некоторого времени оболочка может скачком перейти в новое равновесное несимметричное состояние. При отсутствии начальных неправильностей этот критерий применим при неоднородном НДС, вызванном, например, моментностью, неоднородным температурным полем. Этот критерий применяется в данной работе.

Устойчивость оболочки вращения в условиях ползучести материала

Допущение о безмоментности докритического НДС позволило линеаризовать физические соотношения и привести задачу об определении прогибов и напряжений пологой оболочки в условиях ползучести к системе двух нелинейных уравнений относительно и функции напряжений, зависящих от координат на срединной поверхности и времени.

Рассматривается задача устойчивости оболочек вращения и выписывается разрешающая система уравнений для неосесимметричной потери устойчивости, используется третий критерий устойчивости.

При первом подходе путем последовательного решения нелинейной краевой задачи шаг за шагом находится изменение НДС со временем. Рассматривается осесимметричная и неосесимметричная потеря устойчивости, которые происходят при неоднородном НДС.

Осесимметричное выпучивание определяется по характеру перемещения края или изменения максимального прогиба оболочки со временем, например, будем считать $t \rightarrow t_{кр}$, если $\dot{w} \rightarrow \infty$.

Неосесимметричная потеря устойчивости определяется следующим образом. Пусть на оболочку действует постоянная внешняя осесимметричная нагрузка. С течением времени в оболочке будет развиваться деформация ползучести, которая приводит к изменению формы оболочки и, как следствие, к перераспределению напряжений и упруго-пластических деформаций по толщине и всей поверхности оболочки. Предполагается, что при некотором значении $t = t^*$ наряду с первоначальной осесимметричной формой равновесия становится возможной некоторая другая, бесконечно близкая неосесимметричная форма равновесия, т.е. происходит бифуркация процесса деформирования. Значение времени t^* будем называть критическим. Считается, что переход в бесконечно близкую неосесимметричную форму равновесия происходит мгновенно, хлопком, так что возникающие при этом дополнительные деформации являются упруго-пластическими, а деформации ползучести не успевают развиваться. Влияние накопленной деформации ползучести и температуры чисто параметрическое. Поэтому при переходе из основного осесимметричного НДС в новое, неосесимметричное, свойства материала, т.е. связь напряжений и деформаций будем определять по кривым мгновенного деформирования.

Изменяющиеся во времени внешние нагрузки и температурное поле будут сами менять НДС оболочки наряду с деформациями ползучести. В остальном критическое время определяется также, как и для постоянных нагрузок, но найденное $t_{кр}$ будет характерным для данной истории изменения нагрузок и температурного поля.

При этом подходе задача устойчивости ставится так. По изохронным кривым определяется осесимметричное докритическое НДС оболочки в различные моменты времени и по описанной выше схеме проверяется устойчивость, т.е., если в некоторый момент времени t^* возможно существование бесконечно близкого неосесимметричного НДС, то это время считается критическим.

Можно решать и обратную задачу. Взять определенный момент времени и изохронную кривую, соответствующую этому времени, и, двигаясь шагами по нагрузке, определить критическую нагрузку. Выбранное время является критическим для полученной величины нагрузки.

Следует заметить, что при определении НДС по изохронным кривым определяется полная деформация, разделения полной деформации на упруго-пластическую и деформацию ползучести не происходит. Поэтому трактовка об упруго-пластическом переходе хлопком в новое неосесимметричное НДС здесь не подходит, т.к. возникающие в оболочке дополнительные деформации включают в себя и деформации ползучести. Неоднородность НДС здесь не требуется. Разрешающая система уравнений устойчивости одинакова для обоих подходов.

Соотношения между дополнительными усилиями и деформациями

Переход к новому состоянию равновесия происходит благодаря дополнительному НДС, возникающему в оболочке. Дополнительные перемещения и усилия, возникающие при этом, обозначим $u, v, w, \varphi, T_\alpha, S, N_\alpha, M_\alpha$. Все величины основного осесимметричного докритического состояния будем писать с индексом "0". Направления дополнительных усилий и перемещений представлены на рис.2.

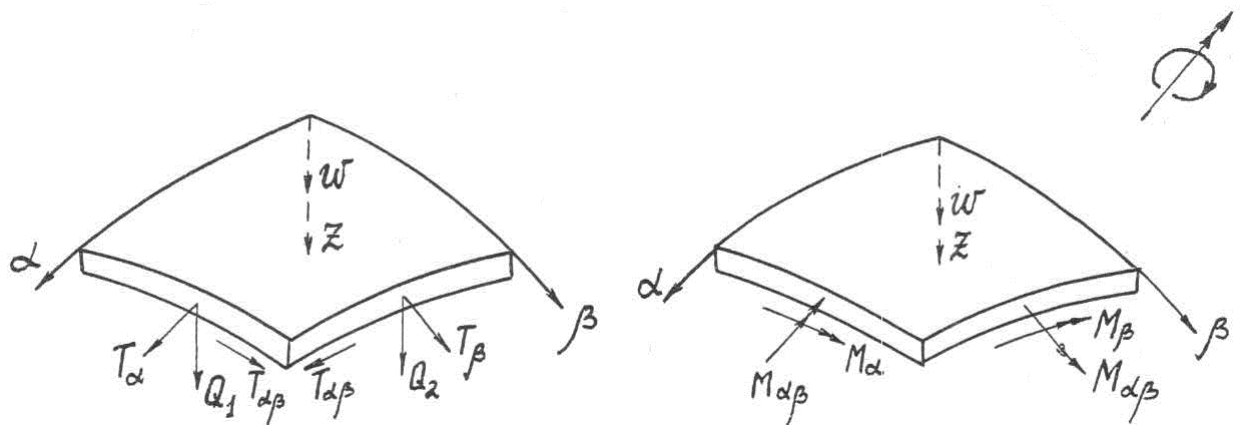


Рис. 2. Направления дополнительных усилий и перемещений (рис. автора)

Будем рассматривать не любые равновесные состояния оболочки, а только те, при которых дополнительные перемещения малы, то есть являются вариациями. Поэтому к ним можно применять линейные соотношения, отбрасывая малые высших порядков относительно дополнительных условий и перемещений.

Возникающие при переходе к новому состоянию равновесия дополнительные удлинения, сдвиг, изменения кривизны и кручение представляются в виде [6,13]

$$e_\alpha = u' - \frac{w}{R_\alpha} + w_0' w', \quad e_\beta = v' + \psi u - \frac{w}{R_\beta},$$

$$e_{\alpha\beta} = \dot{u} + v' - \psi u + \varphi_0 \varphi_\beta, \quad (1)$$

$$x_\alpha = \varphi_\alpha', \quad x_{\alpha\beta} = \dot{\varphi}_\alpha - \psi \varphi_\beta, \quad x_\beta = \dot{\varphi}_\beta + \psi \varphi_\alpha$$

$$\varphi_\alpha = w', \quad \varphi_\beta = \dot{w},$$

$$(\dots)' = \frac{1}{A} \frac{\delta(\dots)}{\delta\alpha}, \quad (\dots)' = \frac{1}{B} \frac{\delta(\dots)}{\delta\beta}, \quad \psi = \frac{1}{B} \dot{B}' \quad (2)$$

R_α, R_β, A, B соответственно главные радиусы кривизны и коэффициенты Ляме.

Связь дополнительных напряжений с дополнительными деформациями в некотором слое оболочки имеет вид:

$$\sigma_\alpha = a_1 e_\alpha + a_3 e_\beta, \quad \sigma_\beta = a_3 e_\alpha + a_2 e_\beta, \quad \sigma_{\alpha\beta} = a_4 e_{\alpha\beta}, \quad (3)$$

где

$$a_1 = b_1 + b_2 \left(\frac{\sigma_{\alpha 0}}{E_c^{(0)}} \right)^2, \quad a_2 = \nu b_1 + b_2 \left(\frac{\sigma_{\beta 0}}{E_c^{(0)}} \right)^2,$$

$$a_3 = b_1 + b_2 \frac{\sigma_{\alpha 0} \sigma_{\beta 0}}{(E_c^{(0)})^2}, \quad a_4 = \frac{E_c^{(0)}}{2(1+\nu_0)}, \quad (4)$$

$$b_1 = \frac{E_c^{(0)}}{1-\nu_0^2}, \quad b_2 = \frac{E_k^{(0)} - E_c^{(0)}}{(e_u^{(0)})^2}.$$

Здесь $E_k = \frac{d\sigma_u}{de_u}$ и $E_c = \frac{\sigma_u}{e_u}$ обозначены соответственно касательный и секущий модули.

Считая справедливыми гипотезы Кирхгофа-Лява, можно записать связь добавочных усилий и моментов в оболочке с компонентами деформации

$$T_\alpha = F_1 e_\alpha + F_3 e_\beta - S_1 x_\alpha - S_3 x_\beta,$$

$$T_\beta = F_3 e_\alpha + F_2 e_\beta - S_3 x_\alpha - S_2 x_\beta,$$

$$T_{\alpha\beta} = F_4 e_{\alpha\beta} - 2S_4 x_{\alpha\beta}, \quad (5)$$

$$M_\alpha = S_1 e_\alpha + S_3 e_\beta - J_1 x_\alpha - J_3 x_\beta,$$

$$M_\beta = S_3 e_\alpha + S_2 e_\beta - J_3 x_\alpha - J_2 x_\beta,$$

$$M_{\alpha\beta} = S_4 e_{\alpha\beta} - 2J_4 x_{\alpha\beta},$$

$$F_j = \int_{-h/2}^{h/2} a_j dz, \quad S_j = \int_{-h/2}^{h/2} a_j z dz, \quad J_j = \int_{-h/2}^{h/2} a_j z^2 dz. \quad (6)$$

Жесткостные коэффициенты F_j, S_j и $J_j (j = 1, 2, 3, 4)$ определяются по формулам (6) с использованием (4) численным интегрированием по формулам Симпсона [1, 8].

Уравнения нейтрального равновесия для осесимметрично нагруженных пологих оболочек вращения согласно Х.М. Муштари [13] можно записать в следующем виде

$$T'_\alpha + \psi(T_\alpha - T_\beta) + \dot{T}_{\alpha\beta} = 0,$$

$$T'_{\alpha\beta} + \dot{T}_\beta + 2\psi T_{\alpha\beta} = 0,$$

$$N'_\alpha + \psi N_\alpha + \ddot{M}_\beta + 2\psi \dot{M}_{\alpha\beta} + T_{\beta 0} \dot{\varphi}_\beta + \frac{T_\alpha}{R_\alpha} + \frac{T_\beta}{R_\beta} = 0, \quad (7)$$

$$M'_\alpha + \psi(M_\alpha - M_\beta) + 2\dot{M}_{\alpha\beta} + T_\alpha \varphi_0 + T_{\alpha 0} \varphi_0 - N_\alpha = 0.$$

Выбрав за основные неизвестные $u, v, w, \varphi_\alpha, T_\alpha, T_{\alpha\beta}, N_\alpha, M_\alpha$ можно получить замкнутую систему уравнений устойчивости. Для этого к уравнениям (7) следует присоединить следующие четыре уравнения из (1) и (2)

$$e_\alpha = u' - \frac{w}{R_\alpha} + \varphi_0 \varphi_\alpha, \quad e_{\alpha\beta} = v' + \dot{u} + \psi v + \varphi_0 \varphi_\beta,$$

$$w' = \varphi_\alpha, \quad \varphi'_\alpha = x_\alpha \quad (8)$$

Выражения для $e_\alpha, e_{\alpha\beta}, T_\beta, M_\beta, M_{\alpha\beta}$ через искомые неизвестные получены из (5):

$$e_\alpha = b_{20} T_\alpha + b_{21} e_\beta + b_{22} x_\beta + b_{23} M_\alpha,$$

$$e_{\alpha\beta} = b_{37} T_{\alpha\beta} + 2b_{35} x_{\alpha\beta},$$

$$T_\beta = b_{27} T_\alpha + b_{28} e_\beta + b_{29} x_\beta + b_{30} M_\alpha, \quad (9)$$

$$M_\beta = b_{31} T_\alpha + b_{32} e_\beta + b_{33} x_\beta + b_{34} M_\alpha,$$

$$M_{\alpha\beta} = b_{35} T_{\alpha\beta} + b_{36} x_{\alpha\beta},$$

где $e_\beta, x_\beta, x_{\alpha\beta}$ согласно (1) и (2) имеют вид

$$e_\beta = v' + \psi u - \frac{w}{R_\beta}, \quad x_\beta = \varphi_\beta' + \psi \varphi_\alpha,$$

$$x_{\alpha\beta} = \dot{\varphi}_\alpha - \psi \varphi_\beta, \quad w' = \varphi_\beta, \quad (10)$$

а коэффициенты

$$\Delta = S_1^2 - F_1 J_1, \quad b_{20} = -\frac{J_1}{\Delta}, \quad b_{23} = \frac{S_1}{\Delta}, \quad b_{26} = \frac{F_1}{\Delta},$$

$$b_{21} = -F_3 b_{20} - S_3 b_{23}, \quad b_{22} = J_3 b_{23} - S_3 b_{20},$$

$$b_{24} = F_3 b_{23} - S_3 b_{26}, \quad b_{25} = J_3 b_{26} - S_3 b_{23},$$

$$b_{27} = F_3 b_{20} + S_3 b_{23}, \quad b_{28} = F_3 b_{21} - S_3 b_{24} + F_2, \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
b_{29} &= F_3 b_{22} - S_3 b_{25} - S_2, & b_{30} &= F_3 b_{23} - S_3 b_{26}, \\
b_{31} &= F_3 b_{22} + J_3 b_{23}, & b_{32} &= S_3 b_{21} - J_3 b_{24} + S_2, \\
b_{33} &= S_3 b_{22} - J_3 b_{25} - J_2, & b_{34} &= S_3 b_{23} - J_3 b_{26}, \\
b_{35} &= \frac{S_4}{F_4}, & b_{36} &= 2 \left(\frac{S_4^2}{F_4} - J_4 \right), & b_{37} &= \frac{1}{F_4},
\end{aligned}$$

причем $b_{27} = -b_{21}$, $b_{31} = b_{22}$, $b_{30} = b_{24}$, $b_{34} = -b_{25}$, $b_{32} = -b_{29}$.

Разлагая перемещения и усилия в ряд Фурье по окружной координате, можно систему уравнений (7), (8) свести к системе восьми обыкновенных дифференциальных уравнений.

Положим $X = X_n(\alpha) \cos n\beta$, $Y = Y_n(\alpha) \sin n\beta$, где $X = \{T_\alpha, T_\beta, N_\alpha, M_\alpha, M_\beta, u, w, j_\alpha\}$, $Y = \{T_{\alpha\beta}, M_{\alpha\beta}, N_\beta, v, j_\beta\}$ (12)

Подставив выражение (12) в уравнения (7) – (10), можно систему уравнений (7), (8) (опуская для простоты записи индекс n) записать в виде:

$$1) \quad T_\alpha' = \psi(b_{27} - 1)T_\alpha - \tilde{n}T_{\alpha\beta} + \psi b_{30}M_\alpha - \psi \left(\tilde{n}^2 b_{29} - \frac{b_{28}}{R_\beta} \right) w + \psi b_{29}\varphi_\alpha + \psi^2 b_{28}u + \psi \tilde{n}^2 b_{28}v,$$

$$2) \quad T_{\alpha\beta}' = \tilde{n}b_{27}T_\alpha - 2\psi T_{\alpha\beta} - \tilde{n}b_{30}M_\alpha - \left(\tilde{n}^3 b_{29} + \frac{\tilde{n}b_{28}}{R_\beta} \right) w + \psi \tilde{n}b_{29}\varphi_\alpha + \psi \tilde{n}b_{28}u + \tilde{n}^2 b_{28}v,$$

$$3) \quad M' = (\psi b_{31} - \varphi_0)T_\alpha - 2\tilde{n}b_{35}T_{\alpha\beta} + N_\alpha + \psi(b_{34} - 1)M_\alpha - \psi \left(2\tilde{n}b_{36} + \tilde{n}b_{35} + \frac{b_{32}}{R_\beta} \right) w + (\psi b_{33} - T_{\alpha 0} + 2\tilde{n}^2 b_{36})\varphi_\alpha + \psi^2 b_{32}u + \psi \tilde{n}b_{32}v,$$

$$w' = \varphi_1 \quad (13)$$

$$u' = b_{20}T_\alpha + b_{23}M_\alpha + \left(\frac{1}{R_\alpha} - \frac{b_{21}}{R_\beta} - \tilde{n}b_{22} \right) w + (\psi b_{22} - \varphi_0)\varphi_\alpha + \psi b_{21}u + \tilde{n}b_{21}v,$$

$$v' = b_{37}T_{\alpha\beta} + 2(2\psi b_{35} + \varphi_0)w - 2\tilde{n}b_{35}\varphi + \tilde{n}u + \psi v,$$

$$\varphi_\alpha' = -b_{23}T_\alpha + b_{26}M_\alpha - (b_{24} + \tilde{n}^2 b_{25})w + \psi b_{25}\varphi_\alpha + \psi b_{24}u + \tilde{n}b_{24}v,$$

$$N_2' = \left(\tilde{n}^2 b_{31} - \frac{1}{R_\alpha} - \frac{b_{27}}{R_\beta} \right) T_\alpha - \tilde{n} (2\psi b_{35} + \varphi_0) T_{\alpha\beta} - \psi N_\alpha + \left(\tilde{n}^2 b_{34} - \frac{b_{30}}{R_\beta} \right) M_\alpha +$$

$$\left(\frac{\tilde{n}^2 b_{32}}{R_\beta^2} - \tilde{n}^4 b_{33} - 2\psi^2 \tilde{n}^2 b_{36} + \tilde{n}^2 T_{\beta 0} + \frac{\tilde{n}^2 b_{29}}{R_\beta} + \frac{b_{28}}{R_\beta^2} \right) w + \left(\psi \tilde{n}^2 b_{33} + 2\psi \tilde{n}^2 b_{36} - \right.$$

$$\left. \frac{\psi b_{29}}{R_\beta} \right) \varphi_\alpha + \psi \left(\tilde{n}^2 b_{32} - \frac{b_{28}}{R_\beta} \right) u + \left(\tilde{n}^3 - \frac{\tilde{n} b_{28}}{R_\beta} \right) v,$$

где $\tilde{n} = \frac{n}{B}$, коэффициенты b_{20}, \dots, b_{37} выписаны выше (11)

Если ввести обозначения

$$y_1 = T_\alpha, \quad y_2 = T_{\alpha\beta}, \quad y_3 = M_\alpha, \quad y_4 = w,$$

$$y_5 = u, \quad y_6 = v, \quad y_7 = \varphi, \quad y_8 = N_\alpha, \quad (14)$$

то однородную систему уравнений (13) можно записать в общем виде

$$y_i' = A_{ij} y_j, \quad i, j = 1, 2, \dots, 8 \quad (15)$$

Значения коэффициентов A_{ij} легко определить из (13).

Для того, чтобы поставить краевую задачу следует к уравнениям (2.13) присоединить восемь однородных граничных условий: по четыре на каждом торце оболочки.

$$y_i^{(j)} \gamma_{i+4j} + y_{i+4}^{(j)} (1 - \gamma_{i+4j}) = 0, \quad j = 0, 1, \quad i = 1, 2, 3, 4; \quad (16)$$

причем $j = 0$ для левого торца и $j = 1$ для правого, γ принимает значения 0 или 1.

Итак, система восьми обыкновенных дифференциальных уравнений (15) с граничными условиями (16) представляет собой однородную краевую задачу для нахождения критических нагрузок, критического времени для пологих оболочек вращения.

Результаты расчета представлены на рис.3. Деформация, полученная при приближенном решении изображена кривой 1, точное решение кривой 1'.

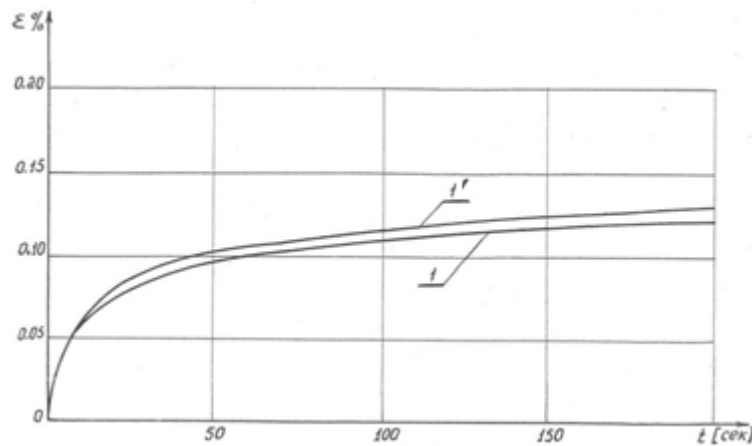


Рис. 3. Результаты расчета (рис. автора)

Выводы

1. По критерию накопленной деформации предложен метод расчета деформации ползучести, учитывающий как внешние факторы (температура, величина нагрузки), так и внутренние факторы (физико-механические характеристики материала).
2. Предложенный приближенный метод не вносит существенных погрешностей в результаты расчета величины деформации ползучести и может быть использован на практике.

Библиографический список

1. Бахвалов И.С. Численные методы / И.С. Бахвалов. – М.: МГУ им М.В. Ломоносова, 2005. – 636 с.
2. Биргер И.А. Термопрочность деталей машин / И.А. Биргер, Б.Ф. Шофф. – М.: Изд-во Машиностроение, 1995. – 297 с.
3. Бутина Т.А. Моделирование упруго-пластического поведения материала при импульсном нагружении / Т.А. Бутина, В.М. Дубровин // Инженерный журнал "Наука и инновации". – 2014. - №3(27) – 11 с.
4. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. Часть 1 / А.С. Вольмир. – М.: Изд-во Наука, 1989. – 325 с.
5. Вольмир А.С. Устойчивость оболочек при ползучести / А.С. Вольмир, П.Г. Зыкин // Сб. Тепловые напряжения в элементах турбомашин, №2, 1988.

6. Григолюк Э.И. Устойчивость оболочек в условиях ползучести / Э.И. Григолюк, Ю.В. Липовец // ПМТФ. – 1982. - №4.
7. Димитриенко Ю.И., Нелинейная механика сплошной среды / Ю.И. Димитриенко. – М.: Физматгиз, 2005. – 624 с.
8. Димитриенко Ю.И. Разработка численного метода расчета эффективных упругих характеристик композиционных материалов / Ю.И. Димитриенко, А.П. Соколова // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана, сер. "Естественные науки", №2, 2008. – С. 50-57.
9. Димитриенко Ю.И. Универсальные законы механики и электродинамики сплошных сред / Ю.И. Димитриенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, т.2., 2011. – 559 с.
10. Дубровин В.М. Моделирование процесса ползучести конструкционных материалов / В.М. Дубровин, Т.А. Бутина // Инженерный журнал "Наука и инновации". – 2013. - №9(21) – 18 с.
11. Качанов Л.М. Теория ползучести – М.: Физматгиз, 1960. – 389 с.
12. Милейко С.Т. Кратковременная ползучесть / С.Т. Милейко, Ю.И. Работнов. – М.: Изд-во Машиностроение, 1985. – 298 с.
13. Муштари Х.М. Нелинейная теория упругих оболочек / Х.М. Муштари, Г.З. Галимов. – Казань: Таткнигиздат, 1985. – 437 с.
14. Работнов Ю.И. Ползучесть элементов конструкций – М.: Наука, 1999. – 365 с.

Оригинальность 89%