УДК 330.4
DOI 10.51691/2541-8327_2023_4_8

ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ: ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ В УПРАВЛЕНИИ ПРОИЗВОДСТВОМ

Угольнов Д. В.[1]
студент,
Самарский государственный экономический университет,
Самара, Россия

Аннотация. В данной статье рассмотрена транспортная задача как модель линейного программирования. На примере конкретной задачи произведен расчет оптимального плана распределения груза. По итогам вычислений автором сделан вывод об эффективности использования транспортной задачи на практике при принятии конкретных управленческих решений. Выявлена её значимость в управлении производством, планировании транспортных цепей и организации поставок.

Ключевые слова: транспортная задача, линейное программирование, управление производством, оптимальное решение, эффективность управления.

TRANSPORT PROBLEM OF LINEAR PROGRAMMING: APPLICATION OF THE MODEL IN PRODUCTION MANAGEMENT

Ugolnov D. V. [1]
student,
Samara State University of Economics,
Samara, Russia

Annotation. In this article, the transport problem is considered as a model of linear programming. On the example of a specific task, the optimal cargo distribution plan is

[1] Научный руководитель – Нуйкина Елена Юрьевна, кандидат экономических наук, доцент, Самарский государственный экономический университет

calculated. Based on the results of calculations, the author concludes about the effectiveness of using the transport task in practice when making specific management decisions. Its importance in production management, planning of transport chains and organization of supplies is revealed.

Keywords: transport problem, linear programming, production management, optimal solution, management efficiency.

Применение математики в экономике сводится, в первую очередь, к расчету оптимальных количественных параметров производства, на основе которых вырабатываются важнейшие управленческие решения, непосредственно влияющие на деятельность предприятия [1].

Каждое предприятие, стремясь получить максимальную прибыль, стремится к минимизации затрат на производство продукции. В общей структуре затрат значительную долю занимают расходы на доставку, транспортировку сырья и, по итогу производственных процессов, уже произведенных товаров.

Таким образом, транспортная задача линейного программирования является довольно простым способом нахождения оптимального варианта распределения поставок товаров, являющегося для предприятия наиболее выгодным с точки зрения экономии средств на доставке продукции.

В общем виде модель транспортной задачи можно представить с помощью таблицы [2]:

Таблица 1 – Теоретическая модель условия транспортной задачи

a_i \ b_j	b_1	b_2	…	b_n
a_1	C_{11} X_{11}	C_{12} X_{12}	…	C_{1n} X_{1n}
a_2	C_{21} X_{21}	C_{22} X_{22}	…	C_{2n} X_{2n}
…	…	…	…	…
a_m	C_{m1} X_{m1}	C_{m2} X_{m2}	…	C_{mn} X_{mn}

Условные обозначения:

a_i – запасы перевозчика;

b_j – потребность потребителя в грузе;

X_{ij} – объем поставки (груза);

C_{ij} – тариф перевозки.

Таким образом, совокупные затраты на транспортировку груза i вида к j покупателю можно записать:

$$L(x)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}X_{ij} \rightarrow min$$

Данная формула и является математической моделью задачи, характеризующей стремление потребителя получить груз по минимальной стоимости [3].

Также накладываем на условие задачи следующие ограничения:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{m} X_{ij} = a_i \\ \sum_{j=1}^{n} X_{ij} = b_j \\ \sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \end{cases}$$

Из описанных выше формул и системы ограничений, можно сказать, что транспортная задача несет в себе следующий смысл: груз от поставщика распределяется в соответствии с потребностями потребителя. При этом суммарная стоимость перевозки для покупателя должна сводится к минимуму. Также дополнительно в рамках данной статьи предложено рассматривать закрытую транспортную задачу, в которой суммарная потребность равна суммарному количеству располагаемого груза [4].

Наиболее эффективным решением транспортной задачи, с точки зрения минимизации затрат, является метод наименьшего тарифа, суть заключается в распределении поставок на основе предлагаемой стоимости доставки по возрастанию (от меньшей к большей). Именно данный метод автор предлагает к рассмотрению на конкретно описанной задаче.

Предлагается рассмотреть конкретный пример решения транспортной задачи, продемонстрировав ход решения.

Так, имеются исходные данные, по которым необходимо составить план перевозки однородного груда от производителя к потребителю с минимальными совокупными расходами на транспортировку. Данные продемонстрированы в таблице 2.

Таблица 2 – Исходное условие транспортной задачи

a_i \ b_j	210	50	90	150
60	5	15	10	9
110	8	10	9	7
170	7	6	6	9
160	11	5	7	12

Таким образом, исходная таблица содержит информацию о потребности потребителя в грузе, запасах перевозчика, а также тарифы на перевозку. Проведя первичный анализ, можем сделать вывод, что данная задача является закрытой, так как содержит равное количество запасов и потребностей (по 500 ед. соответственно). Также в данной задаче наименьший тариф на перевозку – 5 ден. ед.

Произведем распределение грузов между перевозчиками и потребителями по методу наименьшего тарифа, расставляя грузы от наименьшего тарифа к наибольшему.

Таблица 3 – Распределение груза по методу наименьшего тарифа

a_i \ b_j	210	50	90	150
60	5 60	15 –	10 –	9 –
110	8 –	10 –	9 –	7 110
170	7 80	6 –	6 90	9 –
160	11 70	5 50	7 –	12 40

Таким образом, в соответствии с данным планом распределения груза получим, что суммарные затраты на транспортировку равны

$$L(x)=5*60+7*110+7*80+6*90+11*70+5*50+40*12=3\ 760 \text{ д. ед.}$$

Проверим полученное решение на оптимальность, воспользовавшись методом потенциалов (u_i и v_j). Применим следующую формулу:

$$u_i + v_j = C_{ij}$$

Рассчитаем потенциалы, считая, что u_i=0:

Таблица 4 – Расчет потенциалов в транспортной задаче

u_i \ v_j	5	-1	4	6
0	5 60	15 –	10 –	9 –
1	8 –	10 –	9 –	7 110
2	7 80	6 –	6 90	9 –
6	11 70	5 50	7 –	12 40

С помощью потенциалов рассчитаем оценки свободных клеток при условии их отрицательности с помощью формулы:

$$\Delta = (u_i + v_j) - C_{ij} \text{ при } \Delta \leq 0$$

Расчет оценок представлен в таблице:

Таблица 5 – Расчет оценок в транспортной задаче

Δ12 = (0+(-1))-15= -16	Δ23 = (1+4)-9= -4
Δ13 = (0+4)-10= -6	Δ32 = (2+(-1))-6= -5
Δ14 = (0+6)-9= -3	Δ34 = (2+6)-9= -1
Δ21 = (1+5)-8= -2	Δ43 = (6+4)-7= 3
Δ22 = (1+(-1))-10= -10	–

Таким образом, получаем положительную оценку клетки (4;3), что делает представленный план перевозки неоптимальным. Чтобы план соответствовал критерию оптимальности, необходимо выполнить перераспределение поставок и заполнить клетку с положительной оценкой.

Получаем новый план транспортировки груза. Также снова рассчитываем потенциалы и оценки по формулам, указанным выше:

Таблица 6 – Перераспределение поставок после расчета оценок

u_i \ v_j	5	2	4	9
0	5 60	15 –	10 –	9 –
-2	8 –	10 –	9 –	7 110
2	7 150	6 –	6 20	9 –
3	11 –	5 50	7 70	12 40

Таблица 7 – Перерасчет оценок в транспортной задаче

Δ12 = (0+2)-15= -13	Δ23 = (-2+4)-9= -7
Δ13 = (0+4)-10= -6	Δ32 = (2+2)-6= -2
Δ14 = (0+9)-9= 0	Δ34 = (2+9)-9= 2
Δ21 = (-2+5)-8= -5	Δ41 = (3+5)-11= -3
Δ22 = (-2+2)-10= -10	–

Получаем положительную оценку клетки (3;4). Выполняем перераспределение груза, рассчитываем потенциалы, считаем оценки:

Таблица 8 – Перераспределение поставок в транспортной задаче

u_i \ v_j	5	0	2	7
0	5 60	15 –	10 –	9 –
0	8 –	10 –	9 –	7 110
2	7 150	6 –	6 –	9 20
5	11 –	5 50	7 90	12 20

Таблица 9 – Расчет оценок в транспортной задаче

Δ12 = (0+0)-15= -15	Δ23 = (0+2)-9= -7
Δ13 = (0+2)-10= -8	Δ32 = (2+0)-6= -4
Δ14 = (0+7)-9= -2	Δ33 = (2+2)-6= -2
Δ21 = (0+5)-8= -3	Δ41 = (5+5)-11= -1
Δ22 = (0+0)-10= -10	–

Получаем все отрицательные оценки, что делает план перевозки груза в таблице 8 оптимальным. В качестве заключения решения задачи пересчитываем целевую функцию совокупных затрат на транспортировку груза.

L(x)=*5*60+7*110+7*150+9*20+5*50+7*90+20*12=3 420 д. ед.*

Таким образом, в ходе решения задачи и поиска оптимального плана перевозки удалось сократить транспортные расходы на 340 д. ед. или на 10% (с 3 760 до 3 420 д. ед.), что является достаточно существенной экономией.

На основе произведенных вычислений, можем сделать вывод, что транспортная задача линейного программирования – довольно простой способ расчета транспортных затрат, составляющими значительную долю в общих затратах организации. Метод наименьшего тарифа является наиболее удобным с точки зрения возможности перевезти груз по наименьшей стоимости.

Разумеется, в современных условиях методы транспортных задач целесообразно использовать в автоматизированном формате с применением компьютерных технологий, однако суть и механизм решения таковых не изменяются.

С точки зрения практической применимости транспортная задача – универсальный способ подсчета возможных затрат на транспортные нужды, а также позволяет разработать конкретный план непосредственной перевозки. Таким образом, данная задача решает как финансовые, так и логистические вопросы, стоящие перед предприятиями во время их деятельности.

Библиографический список

1. Лебедева, Л. В. О разработке учебных задач по теме «Транспортная задача линейного программирования» / Л. В. Лебедева // Интерактивная наука. – 2016. – № 6. – С. 71

2. Мещеряков, Е. А. Математические и инструментальные методы решения транспортной задачи линейного программирования / Е. А. Мещеряков, А. Р. Иваненко, А. И. Ураева // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. – 2016. – № 7-1. – С. 185

3. Пак, О. А. Экономико-математическая модель задачи линейного программирования для СППР / О. А. Пак, М. А. Кондранина // Scientific online journal Meridian. – 2019. – № 12(30). – С. 324

4. Султанов, Б. М. Применение транспортной задачи при определении оптимального плана перевозок / Б. М. Султанов // Символ науки: международный научный журнал. – 2016. – № 1-1(13). – С. 192

Оригинальность 95%