УДК 51

DOI 10.51691/2541-8327_2023_6_7

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕОРИИ ПОТРЕБЛЕНИЯ

Поскиваткина Е.А.[1]

Студент,

Самарский государственный экономический университет,

Самара, Россия

Аннотация: Эта статья посвящена математическим моделям теории потребления. В статье описаны основные положения теории: что она из себя представляет, что служит основаниями для ее появления, что играет в теории ключевую роль. Существует несколько экономико-математических моделей теории потребления, но все они стремятся решить задачу рационализации распределения личного бюджета человека. Одни модели достигают этого через формализацию ряда понятий и определение отношений предпочтения, другие – через функцию полезности и т.д. Одни из них более понятны и просты в использовании, другие – труднее. В этой статье представлены три наиболее распространенные математические модели.

Ключевые слова: потребление, теория потребления, математическая модель, предпочтение, полезность, товар.

THE USE OF MATHEMATICAL MODELS IN THE STUDY OF CONSUMPTION THEORY

Poskivatkina E.A.[1]

Student,

Samara State University of Economics,

[1] Научный руководитель – Цепкова Анжелика Николаевна, преподаватель математики, Самарский государственный экономический университет

Samara, Russia

Annotation: This article is devoted to mathematical models of consumption theory. The main provisions of the theory are described here: what is it, what is the basis for its appearance, what plays a key role in theory. There are several economic and mathematical models of consumption theory, but they all seek to solve the problem of rationalizing the distribution of a person's personal budget. Some models achieve this through the formalization of a number of concepts and the definition of preference relations, others through the utility function, etc. Some of them are more understandable and easy to use, others are more difficult. This article presents the three most common mathematical models.

Keywords: consumption, consumption theory, mathematical model, preference, utility, commodity.

Теория потребления – одна из основных концепций микроэкономики, главной целью которой является изучение принятия экономических решений в области потребления частными экономическими агентами.

Предпосылкой для появления этой теории служит постоянная необходимость удовлетворения потребностей. Экономический агент, т.е. субъект процесса потребления, стремится удовлетворить собственные нужды любого характера (материального или же нематериального). При этом он сталкивается с определенным выбором благ и услуг. Для того чтобы ориентироваться среди них, каждый агент обладает своими личными предпочтениями, отражающими его желания и соответствующими его характеру и личностным особенностям. Все предпочтения состоят в особой иерархической системе, что позволяет судить о полезности тех или иных благ, исходя из того, какие товары или услуги экономические агенты ставят выше других.

Ключевую роль в теории потребления играют решения частных агентов. Эти решения могут основываться на спросе или предложении. Первый зависит от того, каким бюджетом располагает субъект, и в зависимости от него формируется спрос на рынках по предоставлению товаров и услуг. В этом случае выбор происходит исходя из цен самих товаров. Второй тип решений связан с количеством работы и желанием что-либо предложить на рынках производственных товаров.[1; 5; 6, с. 30]

Наиболее распространенные математические модели потребительской теории – формализация потребительского предпочтения при выборе товаров, функция полезности, считающаяся одним из основных критериев при оценивании товаров, и оптимизационная модель задачи выбора потребителя.

Необходимое условие для получения первой математической модели теории - формализация ряда понятий: товар, его цена, покупательная способность товара, бюджет, цель приобретения потребительского товара.

Количество товара выражено в штуках, килограммах, литрах, метрах, т.е. это количество представляет собой действительное неотрицательное число. Предположим, что на рынке производится и продается n-ное количество товара вида i, причем i=1, 2, …, n. Если через x_1 покажем количество товара вида i, то вектор $x=(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ будет считаться набором товаров. Если в наборе присутствует компонента x=0, то это говорит о том, что данный потребитель не приобретает товар вида j. Множество $R_+^n = \{x \in R^n | \, x_i \geq 0, i = 1, \ldots, n\}$ принято называть пространством товаров.

Человек стремится приобрести тот товар или услугу, который в наибольшей мере удовлетворяет его желаниям и нуждам и соответствует его предпочтениям. Следовательно, потребитель стремится найти и приобрести в пространстве R_+^n наиболее соответствующий его требованиям товар или набор товаров, т.е. сравнивает товары друг с другом. При сравнении наборов x и y, одна часть потребителей приобретет товары x, а другая часть – товары y.

Для того чтобы формализировать выбор потребителя в пространстве R_+^n, необходимо определить отношение предпочтения. Благодаря этому отношению можно сравнить два любых набора товаров, при условии, что они принадлежат одному пространству товаров. Отношение предпочтения обозначается знаком $\geq$, так запись $x \geq y$ говорит о том, что товары набора x для потребителя в большей мере привлекательны, чем товары y, или товары x и y в равной мере хороши (или плохи), т.е. товары x и y для потребителя безразличны. Строгое отношение предпочтения $x > y$ может существовать, только если $y > x$ в данном случае несправедливо.

Отношение предпочтения должно удовлетворять следующим аксиомам:

1. Рефлексивность – для любого x, принадлежащего определенному пространству товаров справедливо отношение $x \geq x$.
2. Транзитивность – для любых x,y,z, принадлежащих одному множеству товаров и таких, что $x \geq y \text{ и } y \geq z$ справедливо $x \geq z$.
3. Полнота – для любых x и y, принадлежащих одному пространству товаров, могут складывать все виды отношений: $x \geq y,\ y \geq x,\ \ x \sim y$.
4. Симметричность – для любого $x \sim y$ всегда существует $y \sim x$.

Наборы товаров x и y могут быть безразличны для конкретного экономического агента. Считается, что наборы безразличны для потребителя, если $x > y$ и $y > x$ при одних и тех же условиях. Данное отношение безразличия обозначается как $x \sim y$. Его можно рассматривать как отображение, которое говорит о том, что каждому набору $x \in R_+^n$ дается в соответствие множество всех других наборов товаров, которые связаны с x отношением безразличия. [3, с. 6]

Из этого следует, что отношения безразличия разбивают все пространство R_+^n на классы безразличия, или, другими словами, классы эквивалентности.

Модель, построенная на формализации предпочтения экономического агента, хоть и является одним из самых распространенных методов изучения теории потребления, представляет собой крайне неудобный инструмент для достижения этой цели. Формализация не подходит для работы с большими группами потребителей и распространяется лишь на каждого конкретного агента и не позволяет анализировать большое количество товаров. Кроме того, предпочтение потребителя постоянно поддается изменениям, т.к. зависит от многих факторов.

В связи с этим нужна новая модель теории, которая в одно и то же время будет адекватна к данному отношению предпочтения, отражая его функции и свойства, и будет представлять собой численный индикатор этого отношения.

Модель теории потребления, подходящая под все эти требования, - это функция потребления, используемая при оценке товаров. Работа с функцией гораздо быстрее и удобнее и термин «полезность» в меньшей мере отражает индивидуальность, если сравнивать с термином «предпочтение». Поэтому полезность можно расценивать как критерий правильности принятых решений. Кроме того она может расцениваться по числовой шкале, что также доказывает ее преимущество перед формализацией предпочтения потребителя, несмотря на то что последняя также имеет определенные достоинства. [7, с.31]

Функция полезности должна строиться с учетом всех влияющих на предпочтения потребителя объективных и субъективных условий. Поэтому при построении функции ссылаются именно на конкретное отношение предпочтения.

Допустим, в пространстве товаров R_+^n существует некоторое отношение предпочтения. Функция полезности, соответствующая этому отношению – вещественная функция $u(x)$, определяемая на множестве $X \subset \mathrm{R}_+^n$ и такая, что $u(x) \geq u(y)$ (при условии, что $x \geq y$). Для каждого отношения предпочтения можно построить его функцию полезности. В рамках терминологии функции полезности можно выразить отношение безразличия – отношение $x \sim y$ заменяется на равенство $u(x) = u(y)$. [2, с.8]

Свойства, которыми обладает функция полезности:

1. Положительность – $u(x) > 0$.
2. Монотонное убывание – если $x \leq y$, то и $u(x) \leq u(y)$.
3. Выпуклость вверх.

Использование для анализа потребительского выбора мощного аппарата дифференцирования – одно из главных превосходств функции полезности перед отношением предпочтения или безразличия.

При дифференцировании функции полезности возникает один из важнейших критериев для оценки товаров - предельная полезность товара вида *i*. Это частная производная, возникающая, если функция дифференцируема и $dy\, dx \ > 0, i = 1, \dots, n$. Данное неравенство можно истолковать так – если при постоянном уровне потребления товаров разных видов возрастает потребление товара вида i, то это говорит о том, что полезность товаров i увеличивается. [3, с.8]

В этой математической модели важную роль играют кривые безразличия. Они неразрывно связаны с понятием «функция полезности».

Кривая безразличия для вида товаров $x \in R_+^n$ – геометрическое место точек $y \in R_+^n$, которые находятся в отношении безразличия с набором х, из чего следует, что полезность для всех них одна и та же. Исходя из этого можно утверждать, что кривые безразличия задаются уравнением $u(x) = c$, где c – любая константа. Все эти точки представляют собой множество $\{y \in R^n_+ \mid \mathrm{u(y)} = \mathrm{u(x)}\}$.

Математически кривые безразличия являются линиями уровня функции полезности. Из этого следует, что для каждой функции есть бесконечно много кривых безразличия (с учетом разных констант), которые заполняют все пространство R^n_+. Заполнив это пространство, кривые образуют так называемую карту безразличия (Рис.1 [3, с. 9]).

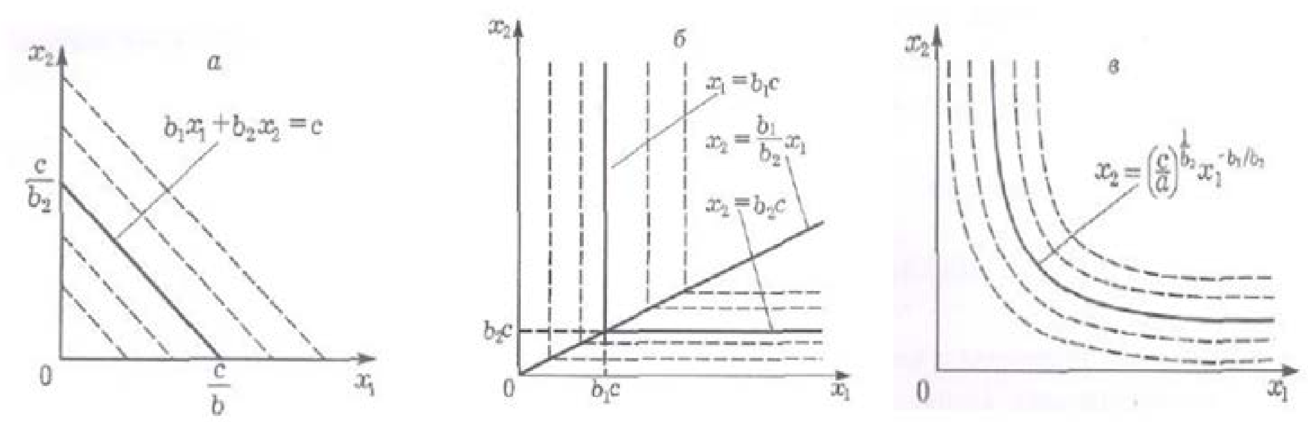

Рис. 1 - Примеры карт безразличия.

Классическая математическая модель задачи потребительского выбора также популярна в изучении теории потребления.

Задачу потребительского выбора можно описать, как необходимость потребителя приобрести нужные ему товары и услуги и получить от них максимальную пользу. Приобретение должно происходить с учетом бюджетного ограничения – суммарная стоимость купленных благ не должна превышать уровень бюджета или дохода потребителя. Бюджетное ограничение показывает незначительность покупательских возможностей и говорит о том, что они не могут быть бесконечными и всегда в какой-либо степени ограничены. Пусть $x = (x_1, \ldots, x_n) \in R^n_+$ – набор товаров, где x_i - количества товара вида i, n – число видов товара, R_+^n – пространство товаров; p = (p_1, …, p_n) – вектор цен товаров, где p_i – цена единицы товара вида i; K – доход (бюджет) потребителя. Параметры pi и K – постоянные величины, x_i вектора x – неизвестные переменные. В задаче учитывают тот факт, что все эти величины не зависят от времени и неизменны. [3, с.14].

Эта модель обычно разрабатывается для определения наиболее подходящих значений переменных для каждого конкретного экономического агента. Цель агента – приобрести наилучший по его мнению товар – описана через функцию полезности $u(x) = u(x_1, \dots, x_n)$. Относительно этой функции предполагается выполнение условий предельной полезности. [4, с.12]

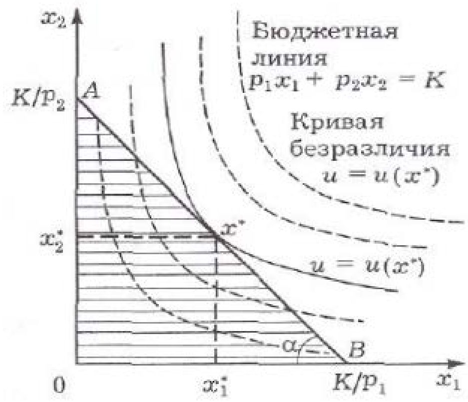

Рис.2 – Решение задачи потребителя

Таким образом, модель потребительского выбора можно представить, как $u(x) \to max$ при ограничениях $\sum_{i=1}^{n} p_i x_i \leq K, x \geq 0$.

Бюджетное множество $B(p, K)$ – это множество товаров, доступных при определенных ценах p и доходе K. Границами этого множества служат бюджетные линии.

Задача выбора потребителя имеет несколько путей решения, самым предпочтительным же считается решения через спрос потребителя. Здесь решение представляет собой такой вектор, что $u(x) = \max u(x),\ x \in B(p, K)$. Это определение показывает понятие спроса как платежеспособной потребности человека.

При любой цене *p=(p1, …, pn)* и доходе K может быть единственное решение задачи потребителя. Оно зависит от определенных p и K, значит выбор потребителя – это функция цен и доходов. Эта функция называется функцией спроса потребителя x=x(p, K). Это показывает, что при конкретных ценах и бюджете выбирается определенный набор товаров и благ. Одним из важных свойств этой функции является то, что пропорциональное изменение дохода не изменяет спроса, т.е. $x = x(\alpha p, \alpha K) = x(p, K), \forall \alpha > 0$ (Рис.2 [2, с.17]). [2, с.16]

Также математическая модель потребительского выбора является задачей математического программирования и может решаться одним из его методов.

Итак, теория потребления в экономике – одна из основных концепций реализации деятельности в микроэкономике, которая строится на основании поведения потребителя, как отдельного экономического агента, так и целых групп этих агентов. Эту теорию можно записать на языке математики, тем самым получая ее математические модели. Благодаря этим моделям мы можем видеть, какие факторы экономики участвуют в определении задач потребителя, формировании предпочтений этого экономического агента, нахождении путей решения проблем рационального распределения бюджета и т.д. Через математические модели мы можем узнать основные понятия потребительской теории (например, функция полезности с кривыми безразличия и др.)

Библиографический список:

1. Афонина Н. Теория производства и теория потребления / Афонина Н. // Образовательный портал «Справочник». – 2023. - [Электронный ресурс]. – Режим доступа – URL https://spravochnick.ru/mikro-

_makroekonomika/teoriya_proizvodstva_i_teoriya_potrebleniya/ (дата обращения: 05.05.2023)

2. Вартанов С. Математическое моделирование трехстороннего рынка: медиа, производство и потребители / С. Вартанов // Исследования отрасли, рынка, фирмы. – 2020. - №6. – 8 с.
3. Гефан Г.Д., Таирова Е.В. Экономико-математические модели: Учебное пособие / Г.Д. Гефан, Е.В. Таирова. – М.: Иркутск, ИрГУПС, 2012 – С. 5-21.
4. Ивлев М.А. Математические основы теории производства-потребления: определение вида, структуры и параметры моделей / М.А. Ивлев // Бизнес-информатика. – 2013. - №1. – С. 11-14.
5. Теория потребления: понятия, виды и основные принципы / Информационный портал «FB». – 2023. - [Электронный ресурс] – Режим доступа - URL - https://fb.ru/article/457453/teoriya-potrebleniya-ponyatie-vidyi-i-osnovnyie-printsipyi (дата обращения: 05.05.2023)
6. Харламова А.В. Исследование потребительского поведения /А.В. Харламова // Экономика и управление. – 2022 - №23. – С. 29-30.
7. Шибина В.А., Титова О.В. Эволюция научных подходов к моделированию потребления / Шибина В.А., Титова О.В. // Экономика и управление. – 2021 - №21. – С. 31-33.

Оригинальность 79%