

УДК 621.31:517.977.5

**ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ИСТОЧНИКАМИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ С
ПОМОЩЬЮ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ
ТИЩЕНКО И.Ю.,**

студент бакалавриата,

*Кубанский государственный аграрный университет имени И. Т. Трубилина,
Краснодар, Россия*

ТИЩЕНКО Д. Ю.,

студент бакалавриата,

*Кубанский государственный аграрный университет имени И. Т. Трубилина,
Краснодар, Россия*

ЗАВГОРОДНИЙ С. А.,

студент бакалавриата,

*Кубанский государственный аграрный университет имени И. Т. Трубилина,
Краснодар, Россия*

ПАНЫЧЕВ А. В.,

независимый исследователь,

Симферополь, Россия

Аннотация.

В современной энергетике вопрос оптимального использования и управления источниками электроэнергии становится все более актуальным в свете растущей потребности в энергии, стремления к эффективному ресурсосбережению и снижению негативного воздействия на окружающую среду. Оптимальное управление представляет собой мощный инструмент для достижения этих целей. В работе были рассмотрены важные инструменты оптимального управления

источниками электроэнергии, одной из основных основ для определения которого служит уравнение Эйлера-Лагранжа. Оно связывает функционал качества с динамикой системы и управлением. Решение уравнения Эйлера-Лагранжа позволяет определить оптимальные значения управления, которые минимизируют функционал качества и соответствуют динамическим ограничениям системы.

Ключевые слова: оптимальное управление, вариационное исчисление, уравнение Эйлера-Лагранжа, источники электроэнергии.

***OPTIMAL CONTROL OF ELECTRIC POWER SOURCES USING
VARIATIONAL CALCULUS***

TISHCHENKO I.Y.,

undergraduate student,

Kuban State Agrarian University named after I. T. Trubilin,

Krasnodar, Russia

TISHCHENKO D. Y.,

undergraduate student,

Kuban State Agrarian University named after I. T. Trubilin,

Krasnodar, Russia

ZAVGORODNY S. A.,

undergraduate student,

Kuban State Agrarian University named after I. T. Trubilin,

Krasnodar, Russia

PANICHEV A. V.,

independent researcher,

Simferopol, Russia

Annotation.

In modern energy systems, the question of optimal utilization and management of electric power sources is becoming increasingly relevant in light of the growing energy demand, the pursuit of efficient resource conservation, and the reduction of negative environmental impact. Optimal control represents a powerful tool for achieving these goals. This study examines important tools for optimal management of electric power sources, with one of the key foundations being the Euler-Lagrange equation. It connects the quality functional with the system dynamics and control. Solving the Euler-Lagrange equation enables the determination of optimal control values that minimize the quality functional and comply with the dynamic constraints of the system.

Keywords: optimal control, variational calculus, Euler-Lagrange equation, electric power sources.

Введение. В современном мире энергетики вопрос оптимального использования и управления источниками электроэнергии становится все более актуальным. Это связано с растущей потребностью в энергии, стремлением к эффективному использованию ресурсов и уменьшению негативного воздействия на окружающую среду. Оптимальное управление является мощным инструментом для достижения этих целей.

Целью данной статьи является рассмотрение применения вариационного исчисления в задачах оптимального управления источниками электроэнергии. Будут рассмотрены основные концепции и методы оптимального управления, а также их применение в контексте различных типов источников энергии, включая электроприводы, солнечную и ветровую энергию.

Основные понятия и определения. Для начала введем основные понятия, связанные с оптимальным управлением. Управляемая система состоит из объекта управления и управляющего воздействия [1]. Важными понятиями являются состояние системы, управление и функционал качества, который отражает цель оптимального управления [2].

Одним из ключевых инструментов в вариационном исчислении является уравнение Эйлера-Лагранжа. В оптимальном управлении оно связывает функционал качества с динамикой системы и управлением. В дальнейшем

рассмотрим формулировку уравнения Эйлера-Лагранжа (2) для задачи оптимального управления и объясним его основные принципы.

Оптимальное управление является решением задачи нахождения оптимального управляющего воздействия, которое минимизирует или максимизирует функционал качества в зависимости от постановки задачи [2].

Описание математической модели источника энергии. Для начала необходимо разработать математическую модель источника энергии. Модель должна учитывать физические законы, описывающие динамику и поведение источника электроэнергии. В этом разделе мы представим общую математическую модель источника энергии, учитывающую его динамику и свойства.

Формулирование функционала для оптимального управления. Для оптимального управления источником энергии необходимо определить целевую функцию или функционал, который отражает требуемые характеристики и цели управления [1]. Сформулируем функционал для оптимального управления источником электроэнергии. Функционал будет зависеть от переменных состояния системы, управления и времени:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \mathcal{L}(x(t), u(t), t) dt + \Phi(x(t_f)), \quad (1)$$

где:

J - функционал производительности или целевая функция, которую необходимо минимизировать или максимизировать в зависимости от задачи оптимального управления;

$x(t)$ - переменные состояния системы в момент времени t ;

$u(t)$ - управление, применяемое к источнику электроэнергии в момент времени t ;

t_0 - начальный момент времени;

t_f - конечный момент времени;

$L(x(t), u(t), t)$ - функция Лагранжа, определяющая стоимость или качество системы в каждый момент времени t ;

$\Phi(x(t_f))$ - функция Лагранжа, определяющая стоимость или качество системы в конечный момент времени.

Получение уравнений управления на основе уравнения Эйлера-Лагранжа. Уравнение Эйлера-Лагранжа (2) является ключевым инструментом для нахождения оптимального управления [1, 2]. Оно связывает функционал, описанный формулой (1), с динамикой системы и управлением:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} \quad (2)$$

Полученные уравнения управления с помощью уравнения Эйлера-Лагранжа позволят определить оптимальное управление источником электроэнергии.

Источники энергии. В этом разделе проведем обзор различных типов источников энергии. Рассмотрим электроприводы и их связь с оптимальным управлением, а также применение оптимального управления для солнечной энергии.

Электроприводы. Особо широко электроприводы применяются в генерации электроэнергии, особенно в системах с промышленными генераторами [3]. Также электроприводы применяются в различных областях, включая автомобильную промышленность, робототехнику и другие. Использование электроприводов в генерации электроэнергии обеспечивает высокую эффективность, гибкость и контроль над процессом генерации [4]. Энергии ветра и воды также являются важными источниками возобновляемой энергии. Ветро- и гидротурбины являются примерами электроприводов, которые используются для преобразования кинетической энергии ветра или потока воды в электрическую энергию [5].

Рассмотрим пример оптимального управления электроприводами, где можно использовать вариационное исчисление для определения оптимальных параметров управления, таких как ток, напряжение или скорость.

Пусть у нас есть электромеханическая система с переменной состояния x и управлением u , где x представляет собой положение и u - напряжение, подаваемое на привод. Предположим, что наша цель состоит в минимизации затрат энергии при перемещении системы из одной точки в другую за фиксированное время t :

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \mathcal{L}(x, \dot{x}, u, t) dt, \quad (3)$$

где L - лагранжиан системы, зависящий от переменных состояния q , их производных по времени \dot{x} , управления u и времени t . Лагранжиан L может быть определен на основе энергетических характеристик системы, например,

кинетической и потенциальной энергии, а также других параметров, таких как сопротивление нагрузки и электрические характеристики привода.

Для задачи мы можем сформулировать лагранжиан системы следующим образом:

$$\mathcal{L}(x, \dot{x}, u, t) = T(x, \dot{x}) - V(u), \quad (4)$$

где $T(x, \dot{x})$ - кинетическая энергия системы, зависящая от положения x и скорости \dot{x} , а $V(u)$ - потенциальная энергия системы, зависящая от управления u .

Солнечная энергия. Солнечная энергия является одним из наиболее перспективных источников возобновляемой энергии. В этом разделе мы рассмотрим принципы работы солнечных электростанций и их связь с оптимальным управлением. рассмотрим простую модель солнечной электростанции, состоящей из фотоэлектрических панелей и преобразователя электроэнергии.

Пусть у нас есть переменные состояния системы: q - заряд батареи (энергия, накопленная в батарее) и p - мощность, вырабатываемая солнечными панелями. Наша цель - найти оптимальное управление мощностью выработки, которое максимизирует эффективность использования солнечной энергии и обеспечивает устойчивую поставку электроэнергии. Сформулируем лагранжиан системы следующим образом:

$$\mathcal{L}(q, p, t) = T(q, p) - V(q), \quad (5)$$

где $T(q, p)$ - кинетическая энергия системы, зависящая от заряда батареи и мощности выработки, а $V(q)$ - потенциальная энергия системы, зависящая от заряда батареи.

Кинетическая энергия $T(q, p)$ может быть выражена как:

$$T(q, p) = -p. \quad (6)$$

Здесь мы предполагаем, что мощность выработки имеет отрицательный знак, поскольку она представляет собой энергию, потребляемую из системы.

Потенциальная энергия $V(q)$ будет зависеть в формуле (5) от специфической модели батареи и ее зарядно-разрядных характеристик. Например, для простой модели линейного разряда-заряда, мы можем записать:

$$V(q) = \frac{1}{2}k \cdot (q - q_{\text{зад}})^2 \quad (7)$$

где k - коэффициент, характеризующий степень зависимости потенциальной энергии от разности заряда батареи и заданного(желаемого) значения $q_{\text{зад}}$.

Теперь мы можем записать полный лагранжиан системы:

$$\mathcal{L}(q, p, t) = -p - \frac{1}{2}k \cdot (q - q_{\text{зад}})^2, \quad (8)$$

С использованием уравнений Эйлера-Лагранжа (2), можно найти оптимальное управление $p(t)$, которое максимизирует эффективность использования солнечной энергии и обеспечивает устойчивую работу источника.

Решение уравнений управления. После получения уравнений управления необходимо решить их для определения оптимального управления источником энергии. Решение может быть осуществлено аналитически [2] или численно [2] в зависимости от сложности модели и задачи оптимального управления.

Аналитическое решение предполагает нахождение аналитической формулы для оптимального управления на основе уравнений управления и условий оптимальности. В некоторых случаях, когда модель и условия задачи позволяют, аналитическое решение может быть найдено в явном виде. Это позволяет получить точное и аналитическое выражение для оптимального управления.

Численное решение предполагает использование численных методов для нахождения численного решения уравнений управления. Этот подход широко применяется в случаях, когда аналитическое решение невозможно или слишком сложно получить [6]. Существует множество численных методов, таких как метод конечных разностей, метод конечных элементов, метод сеток и другие [2, 6]. Эти методы позволяют приближенно решить уравнения управления и получить численное значение оптимального управления.

Выводы. Оптимальное управление источниками электроэнергии с помощью вариационного исчисления имеет большое значение в энергетической отрасли. Оно позволяет достичь максимальной эффективности и экономии ресурсов, а также обеспечить надежную и стабильную работу системы. Применение уравнения Эйлера-Лагранжа в оптимальном управлении помогает справиться с сложными задачами и добиться оптимальных результатов.

Заключение. В данной статье мы рассмотрели важные инструменты в оптимальном управлении источниками электроэнергии. Основываясь на уравнении Эйлера-Лагранжа, можно определить оптимальные источники электроэнергии. Уравнение Эйлера-Лагранжа, с другой стороны, является основой для нахождения оптимального управления. Оно связывает функционал качества с динамикой системы и управлением. Решение уравнения Эйлера-Лагранжа позволяет определить оптимальные значения управления, которые минимизируют функционал качества и удовлетворяют динамическим ограничениям системы.

В будущем, развитие оптимального управления источниками электроэнергии будет продолжаться, и новые методы и подходы будут разрабатываться для повышения эффективности и устойчивости энергетических систем.

Библиографический список:

1. Афанасьев В.Н. Оптимальные системы управления. Аналитическое конструирование. - М: Изд-во физического факультета МГУ, 2011. - 168 с.
2. Брайсон, А. Э., Хо Ю-ШИ. Прикладное оптимальное управление: оптимизация, оценка и контроль. - М: МИР, 1972. - 544 с.
3. Hughes A., Drury W. Electric Motors and Drives: Fundamentals, Types and Applications. - 4-е изд. - Oxford: Elsevier, 2013. - 440 с.
4. Электрогенератор. Электродвигатель. Применение их в технике и технологиях. // Студенческая библиотека URL: <https://students-library.com/library/read/52017-elektrogenerator-elektrodvigatel-primenenie-ih-v-tehnike-i-tehnologiah> (дата обращения: 27.06.2023).
5. Кувшинов В.В., Морозова Н.В., Софийский И.Ю. Энергетические установки на основе возобновляемых источников энергии. - М: Издательство "Спутник", 2018. - 277 с.
5. Крайнов А.Ю., Моисеева К.М. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений: учеб. пособие. – Томск: STT, 2016. – 44 с.

Оригинальность 75%