

УДК 654

НОВЫЙ МЕТОД МОДУЛЯЦИИ ДЛЯ СИСТЕМ СПУТНИКОВОЙ СВЯЗИ

Хоанг Ван Туан

аспирант,

Московский физико-технический институт,

Москва, Россия

Аннотация

В данной работе было произведено исследование энергетической эффективности системы связи с применением многопозиционной модуляции QAM и APSK. Также был проведен анализ совместного использования указанных видов модуляции с помехоустойчивым кодом, представленным в виде кода с низкой плотностью проверок на четность (LDPC). Был предложен новый метод передачи сообщений в спутниковых системах связи, который позволяет обойтись без применения помехоустойчивого кода.

Ключевые слова: системы связи, APSK, QAM, многомерный сигнал, гиперфазовая модуляция.

A NEW MODULATION METHOD FOR SATELLITE COMMUNICATION SYSTEMS

Hoang Van Tuan

Postgraduate student,

Moscow Institute of Physics and Technology,

Moscow, Russia

Abstract

This work investigates the energy efficiency of a communication system using multi-position modulation techniques such as QAM and APSK. Additionally, an analysis was conducted on the joint utilization of these modulation techniques with error-

correcting codes, specifically low-density parity-check (LDPC) codes. A new method for message transmission in satellite communication systems was proposed that does not require the use of error-correcting codes. The proposed method was thoroughly examined and analyzed in this study.

Keywords: communication systems, APSK, QAM, multidimensional signal, hyperphase modulation.

Современное развитие телекоммуникаций предъявляет высокие требования к надежности и скорости передачи систем связи. В этом контексте спутниковая связь играет важную роль. Основное внимание информационных систем направлено на увеличение скорости связи при сохранении достоверности передаваемой информации. Одним из наиболее актуальных вопросов в спутниковых системах связи является обеспечение помехоустойчивости, для чего разрабатываются новые сигнально-кодовые конструкции [5].

В настоящее время в спутниковой связи наиболее распространены такие формы модуляции, как PSK и APSK. Однако использование многопозиционной модуляции может привести к снижению качества связи, поэтому применяются помехоустойчивые коды, разработанные в рамках теории помехоустойчивого кодирования.

Применение помехоустойчивого кодирования хотя и обеспечивает надежность связи, требует передачи избыточных сообщений, что приводит к сокращению эффективной информационной ёмкости канала связи. Для решения этой проблемы, необходимо использовать оптимальные методы кодирования, которые позволят снизить потери информации при передаче через канал связи.

Рассмотрим эффективность использования многопозиционной модуляции, применяемой в стандарте DVB-S2.

Многопозиционные сигналы M-PSK, M-APSK (рис. 1)

Многопозиционные сигналы с фазовой и амплитудно-фазовой модуляцией могут быть представлены в виде:

$$S(t) = A_i(t) \cos(\omega t + \varphi_j(t)) \quad (1)$$

$A_i(t)$ - дискретные значения амплитуды;

$\varphi_j(t)$ - дискретные значения фазового угла, который может принимать одно из фиксированных значений $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_M$, находящихся в пределах от нуля до 2π .

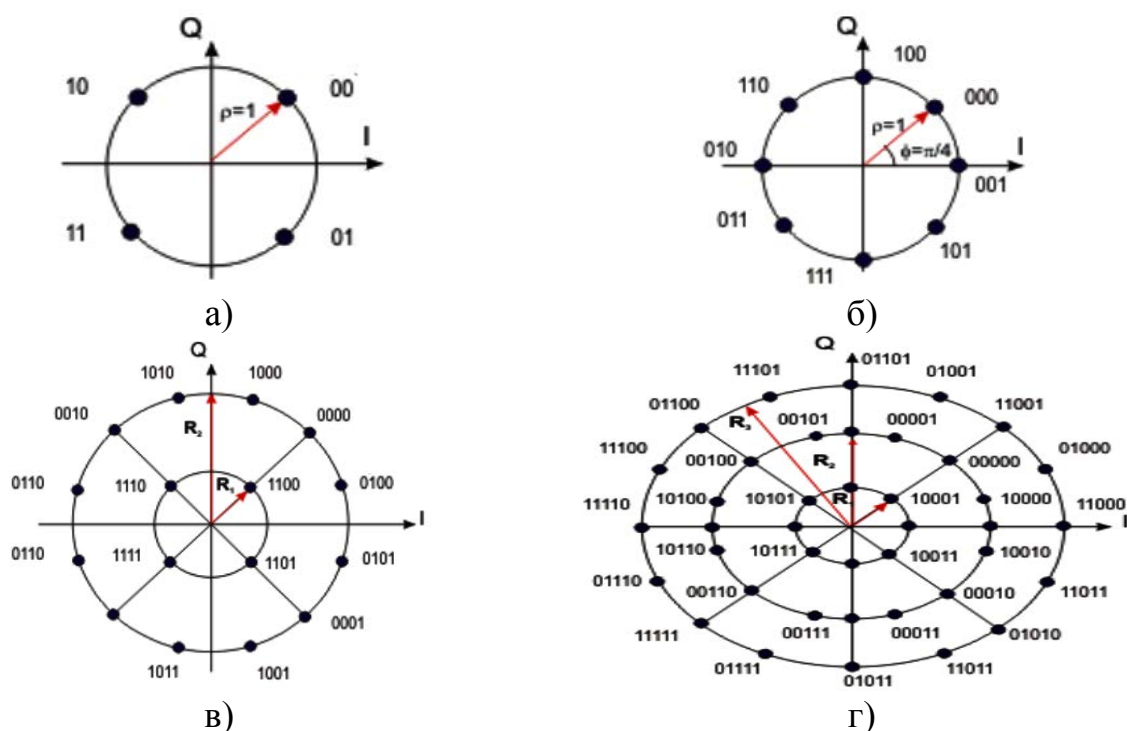


Рис. 1 - Сигнальные созвездия M-PSK, M-APSK (рис. автора)

а - QPSK, б - 8-PSK, в - 16-APSK, г - 32-APSK

Для многофазовой модуляции можно считать что, $A_i(t) = A$ (постоянное число), фаза передаваемого сигнала может иметь M разных значений ($M = 2^R$, R – удельная скорость передачи). Минимальное евклидово расстояние между точками равно:

$$d_{psk} = 2 \sin\left(\frac{\pi}{M}\right) \quad (2)$$

Вероятность ошибки приема бита определяется по формуле [4]:

$$P_b(M, pb) \approx 2Q\left(\sqrt{2pb} \sqrt{\log_2(M)} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right) \quad (3)$$

где, $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$, pb – отношение сигнал/шум, приходящееся на один бит.

Для амплитудно-фазовой модуляции M-APSK, $A_i(t)$ зависит от количества окружностей (при 16-APSK $A_i(t) = R_1, R_2$, $\Delta\varphi_i = 2\pi / M_i$, $d_{e1} = 0.707, d_{e2} = 0.518$; при 32-APSK $A_i(t) = R_1, R_2, R_3$, $d_{e1} = 0.471, d_{e2} = 0.345, d_{e3} = 0.39$; при 64-APSK $A_i(t) = R_1, R_2, R_3, R_4$, $d_{e1} = 0.354, d_{e2} = 0.259, d_{e3} = 0.293, d_{e4} = 0.196$) в работе [4] приведена следующая формула для расчета:

$$d_{aprk} = 2 \sin\left(\frac{\pi}{M_i}\right) \quad (4)$$

$$P_{aprk}(M_i, pb) = \frac{1}{\log_2(M_i)} Q(z(M_i, pb)) \quad (5)$$

где, $z(M_i, pb) = \sin(\pi / M_i) \sqrt{pb \log_2 M_i}$,

$$Q(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-x^2) dx$$

Исходя из формул (2) и (5) построим график зависимости вероятности ошибки приема бита от отношения сигнал/шум (рис. 2).

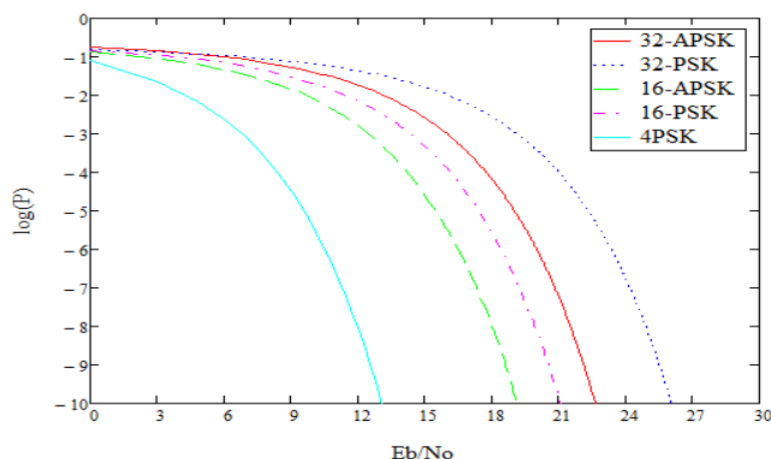


Рис. 2 - Зависимость вероятности ошибки приема бита от отношения сигнал/шум для M-PSK, M-APSK (рис. автора)

Из рис. 2 видим, что при одинаковой удельной скорости APSK имеет преимущество перед PSK, например, при $R = 4$ бит/с/Гц и вероятности ошибки 10^{-10} выигрыш 16-APSK по отношению к 16-PSK составляет примерно 2 дБ, а при $R = 5$ бит/с/Гц и вероятности ошибки 10^{-10} выигрыш 32-APSK по отношению к 32-PSK составляет примерно 3,5 дБ.

В сравнении с модуляцией M-PSK, применение модуляции M-APSK обладает преимуществом в том, что при одинаковой удельной скорости и средней мощности сигналов можно реализовать большее евклидово расстояние между сигнальными точками. Это делает возможным использование сигналов 16-, 32-APSK в современных системах спутниковой связи.

Многопозиционные сигналы M-QAM

На рис. 3 показан пример сигнального созвездия 16-QAM. Оно содержит $M = 16$ точек. Сигналы QAM могут быть записаны в следующей формуле:

$$S_i(t) = I_i \cos(\omega t) + Q_i \sin(\omega t), i = 0, \dots, M - 1; \quad (6)$$

где I_i, Q_i - координат сигнальных точек.

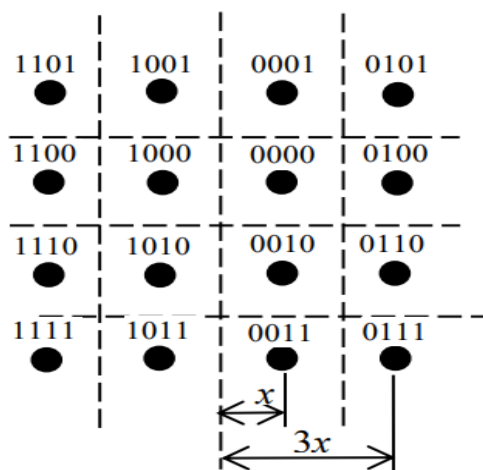


Рис. 3 - 16-QAM (рис. автора)

В работе [6] записана следующая формула зависимости евклидова расстояния между точками созвездия d_{qam} от средней мощности P_s и количества сигнальных точек M :

$$d_{qam} = \sqrt{6P_s / (M - 1)} \quad (7)$$

Из уравнения (7) следует, что при фиксированном значении мощности евклидово расстояние уменьшается при увеличении количества сигнальных точек.

Для определения вероятности ошибки при приеме сигналов QAM в работе [6] приведена следующая формула:

$$P_{qam}(R, pb) = (1 - 2^{-R/2})Q(\sqrt{pbR / 4W_{qam}}) \quad (8)$$

где $W_{qam} = \frac{2^R - 1}{6}$,

$$Q(x) = \sqrt{\frac{2}{x}} \int_x^\infty e^{-0.5x^2 dx},$$

R – удельная скорость передачи сообщений,

pb - отношение сигнал/шум.

Исходя из (5) и (8) построим график зависимости вероятности ошибки приема бита от отношения сигнал/шум (рис. 4).

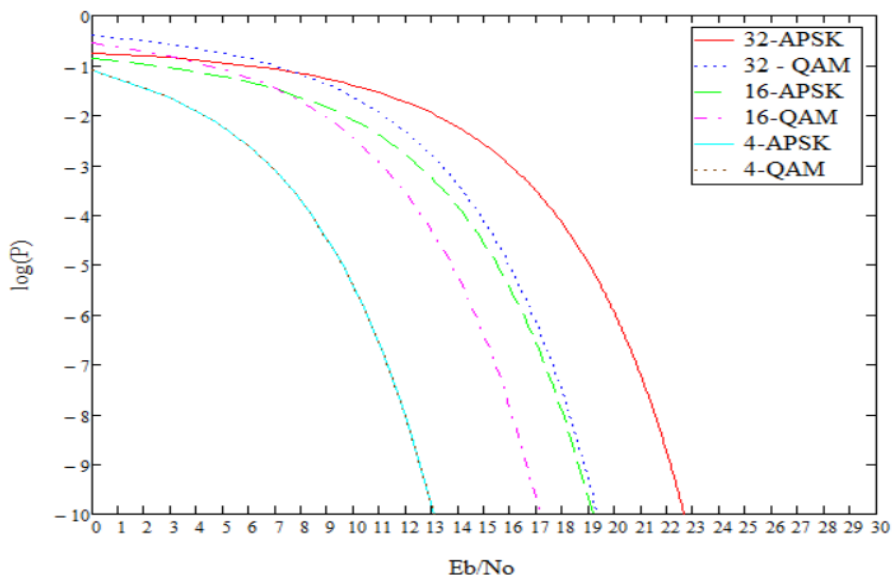


Рис. 4 - Зависимость вероятности ошибки приема бита от отношения сигнал/шум для M-APSK, M-QAM (рис. автора)

Рис. 4 демонстрирует, что при фиксированной удельной скорости передачи, к примеру, при $R = 4$ бит/с/Гц, для 16-QAM с вероятностью ошибки 10^{-10} наблюдается прирост выигрыша относительно 16-APSK, составляющий приблизительно 2,1 дБ, а при $R = 5$ бит/с/Гц с вероятностью ошибки 10^{-10} - приблизительно 3,25 дБ (32-QAM относительно 32-APSK). Это объясняется значительным увеличением расстояния между сигнальными точками в системах связи с многопозиционной QAM по сравнению с системами многопозиционной амплитудной фазовой модуляцией (M-APSK).

Проведем сравнение систем с многопозиционной QAM с идеальной системой связи Шеннона. Граница Шеннона может быть записана в следующей форме:

$$pb = \frac{2^{R_f} - 1}{R_f} \quad (9)$$

где pb - минимальное отношение сигнал/шум на входе демодулятора,
 R_f - удельная скорость передачи сообщений.

С использованием формул (2), (5), (8), (9) можно сравнить энергическую эффективность систем связи с различным видом модуляции с системой Шеннона (рис. 5):

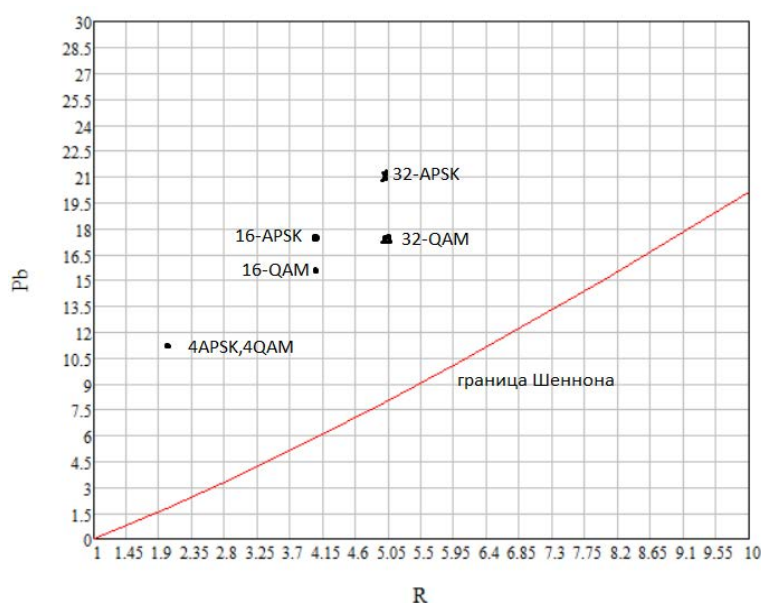


Рис. 5 - Сравнение эффективности системы связи с APSK, QAM с границей Шеннона (рис. автора)

Рис. 5 показывает, что передача сообщений с использованием многопозиционной QAM и APSK приводит к существенной энергетической потере. При использовании 4-PSK, 16-APSK и 32-APSK энергетические потери по сравнению с границей Шеннона составляют 9,44, 11,76 и 13 дБ соответственно. С другой стороны, при использовании 4-QAM, 16-QAM и 32-QAM энергетические потери по сравнению с границей Шеннона составляют 9,44, 9,56 и 9,6 дБ соответственно, что является меньшей потерей, чем в случае с

APSK. Однако, следует отметить, что система передачи с использованием QAM все же имеет значительные энергетические потери по сравнению с границей Шеннона.

С целью увеличения энергетической эффективности системы передачи сообщений, достижения границы Шеннона и обеспечения ее помехоустойчивости применяются помехоустойчивые коды. Один из таких кодов с низкой плотностью проверок на четность (LDPC) с кодовыми скоростями $1/4$, $1/3$, $2/5$, $1/2$, $3/5$, $2/3$, $3/4$, $4/5$, $5/6$, $8/9$, $9/10$ применяется в стандарте DVB-S2.

В работе [1] была приведена сигнально-кодовая конструкция стандарта DVB-S2 по следующей таблице:

Таблица 1 - Сравнение энергетической эффективности стандарта DVB-S2 с границей Шеннона

R_{ldpc}	$1/2$	$3/5$	$2/3$	$3/4$	$4/5$	$5/6$	$9/10$
QPSK/(Eb/No дб)	1.05	1.48	1.89	2.31	2.67	2.99	3.89
Граница Шеннона	0	0.339	0.569	0.86	1.037	1.156	1.396
8-PSK/(Eb/No дб)		3	3.65	4.43		5.61	4.47
Граница Шеннона		1.396	1.761	2.226		2.7	3.088
16-APSK/(Eb/No дб)			4.76	5.49	6.03	6.42	7.61
Граница Шеннона			3.024	3.68	4.081	4.352	4.9
32-APSK/(Eb/No дб)				7.04	7.67	9.33	9.56
Граница Шеннона				5.213	5.74	6.096	6.818

Из представленных данных в табл. 1 можно сделать вывод, что для достижения предела Шеннона необходимо использовать помехоустойчивые коды, обладающие высокой степенью избыточности. Тем не менее, при применении указанных кодов возникает снижение скорости передачи сообщений и дополнительные затраты энергии на неинформационные биты.

Известно, что устройство декодирования имеет сложную техническую реализацию, что обуславливает его высокую стоимость в связи с применением сложных технологий и компонентов [2]. В работе [3] был предложен новый

метод передачи сообщений (применение многомерных поверхностно- и объемно-сферических ансамблей сигналов (ПСАС и ОСАС)), который позволяет обойтись без использования помехоустойчивых кодов и обеспечивать высокую надежность передачи.

Гиперфазовая модуляция

ПСАС может быть описан следующей формулой:

$$S_m(t) = \sqrt{\frac{N}{2}} P_s \left[\sum_{i=1}^{N/2} x_{2i-1}^m V_{si}(t) + x_{2i}^m V_{ci}(t) \right] \quad (10)$$

где $V_{si}(t)$, $V_{ci}(t)$ - ортогональные несущие сигналы,

x_{2i}^m , x_{2i-1}^m - нормированные координаты сигнальных точек,

x_{2i-1}^m , x_{2i}^m могут записаны следующими формулами:

$$\begin{aligned} x_{m1} &= \sin(\varphi_{m1}), x_{m2} = \cos(\varphi_{m1}) \sin(\varphi_{m2}), x_{m3} = \cos(\varphi_{m1}) \cos(\varphi_{m2}) \sin(\varphi_{m3}), \dots \\ x_{m(N-1)} &= \left(\prod_{i=1}^{N-2} \cos(\varphi_{mi}) \right) \sin(\varphi_{m(N-1)}), x_{mN} = \left(\prod_{i=1}^{N-2} \cos(\varphi_{mi}) \right) \cos(\varphi_{m(N-1)}) \end{aligned} \quad (11)$$

где φ_{mk} - сферические координаты СТ_m, лежащей на поверхности N-мерной сферы $\varphi_{mk} = I_{mk} \Delta \varphi_{mk}$ (I_{mk} - индекс модуляции, $\Delta \varphi_{mk}$ - девиация фазы по угловой координате)

$$\Delta \varphi_{mk}(\Delta \varphi_1, \vec{I}_{m(k-1)}) = 2 \arcsin \left(\frac{|\sin(\Delta \varphi_1 / 2)|}{\prod_{i=1}^{k-1} |\cos(I_{mi} \Delta \varphi_{mi})|} \right) \quad (12)$$

$$-M_k(\Delta \varphi_1, \vec{I}_{m(k-1)}) \leq I_{mk} \leq M_k(\Delta \varphi_1, \vec{I}_{m(k-1)}) \quad (13)$$

$$M_1(\Delta\varphi_1) = \text{floor}(\arccos(\sin(\Delta\varphi_1 / 2) / \Delta\varphi_1)) \quad (14)$$

$$M_k(\Delta\varphi_1, \vec{I}_{m(k-1)}) = \text{floor} \left\{ \arccos \left[\frac{|\sin(\Delta\varphi_1 / 2)|}{\prod_{i=1}^{k-1} |\cos(I_{mi} \Delta\varphi_{mi})|} \right] \frac{1}{\Delta\varphi_{mk}} \right\} \quad (15)$$

$$M_{N-1}(\Delta\varphi_1, \vec{I}_{m(N-1)}) = \text{floor} \left(\frac{2\pi}{|\Delta\varphi_{m(N-1)}|} \right) \quad (16)$$

Формулы (12) и (15) определяют фазовые координаты сигнальных точек, формулы (13) и (14) определяют индексы модуляций.

Формулы (15) и (16) определяют общие количества сигнальных точек для ПСАС

$$M_{sN}(\Delta\varphi_1) = \sum_{I_1=0}^{M_1} \sum_{I_2=0}^{M_2} \dots \sum_{I_{N-1}=0}^{M_{N-1}} 2^{I_1+I_2+\dots+I_{N-1}} M_{N-1}(\Delta\varphi_1, \vec{I}_{m(N-1)}) \quad (17)$$

Приблизительно можно определить общее количество сигнальных точек по формуле:

$$M_N(\Delta\varphi_1) \cong \text{floor} \left(\frac{v(\pi, N)}{v(\Delta\varphi_1, N)} \right) = \text{floor} \left(\frac{\int_0^{\pi/2} \sin^{N-2}(\theta) d\theta}{\int_0^{\Delta\varphi_1} \sin^{N-2}(\theta) d\theta} \right) \quad (18)$$

Удельная скорость передачи сообщений определяется формулой:

$$R_f = \frac{2 \log_2(M_N)}{N} = \frac{\int_0^{\pi/2} \sin^{N-2}(\theta) d\theta}{\int_0^{\pi/2} \sin^{N-2}(\theta) d\theta} \cdot 2 \log_2(\text{floor}(\frac{0}{\Delta\varphi_1})) \quad (19)$$

По формуле (19) построим график зависимости удельной скорости передачи сообщений R_f от $(\Delta\varphi_1)$ (рис. 6).

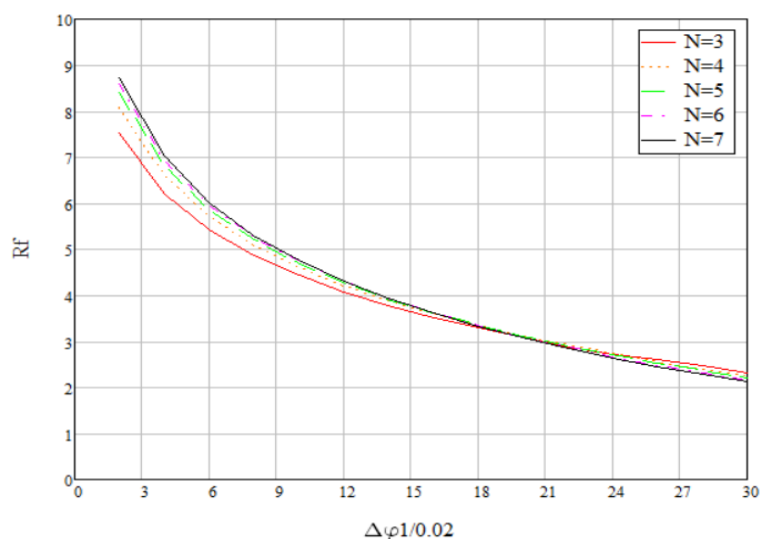


Рис. 6 - Зависимость удельной скорости передачи сообщений R_f от $(\Delta\varphi_1)$ (рис. автора)

Из этой зависимости следует, что для передачи сообщений с высокой скоростью необходимо выбрать для $\Delta\varphi_1$ небольшую величину.

Евклидово расстояние между сигнальными точками ПСАС рассчитывается по формуле:

$$d_{нсac} = 2 \sqrt{\frac{N}{2}} P_s \sin(\Delta\varphi_1) \quad (20)$$

Согласно формуле (20) при постоянных значениях средней мощности P_s и девиации фазы $\Delta\varphi_1$ по первой угловой координате, евклидово расстояние увеличивается с ростом мерности N .

В исследовании, проведенном Шенноном, было доказано, что для гарантированного обеспечения высокого качества передачи информационных сообщений по каналу связи рекомендуется использовать многомерные сигналы, мерность которых должна быть равна $N = 2\text{floor}(FT)$, где F – полоса частот, T – длительность сигналов.

Для расчета спектральной эффективности системы связи при использовании многомерных сигналов (ПСАС) можно воспользоваться следующим выражением:

$$pb(P_{ncac}, R_f, FT) = \left(\frac{2^{R_f} - 1}{R_f}\right) \frac{\Psi(P_{ncac})}{FT} \quad (21)$$

Если принять $N=2FT$, то

$$pb(P_{ncac}, R_f, N) = \left(\frac{2^{R_f} - 1}{R_f}\right) \frac{2\Psi(P_{ncac})}{N} \quad (22)$$

Выражение (22) может быть вычислено при помощи следующих математических формул:

$$\begin{aligned} \frac{2\Psi(P_{ncac})}{N} &= F(\gamma) \\ \gamma &= \frac{2\ln(1/P_{ncac})}{N}, F(\gamma) = (1+\gamma)e^{w(\gamma)} \\ w(\gamma) &= \sqrt{\left(\frac{\gamma}{1+\gamma}\right)^2 + \frac{2\ln(1+\gamma)}{1+\gamma}} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \end{aligned}$$

Видим, что из $\lim_{N \rightarrow \infty} F(\gamma(N)) \rightarrow 1$ следует $P_{ПСАС} \rightarrow \frac{2^{R_f} - 1}{R_f}$.

Наглядно построим график зависимости $P_{нсac}(P_{нсac}, R_f, N)$ ПСАС при различных значениях мерности N (рис. 7).

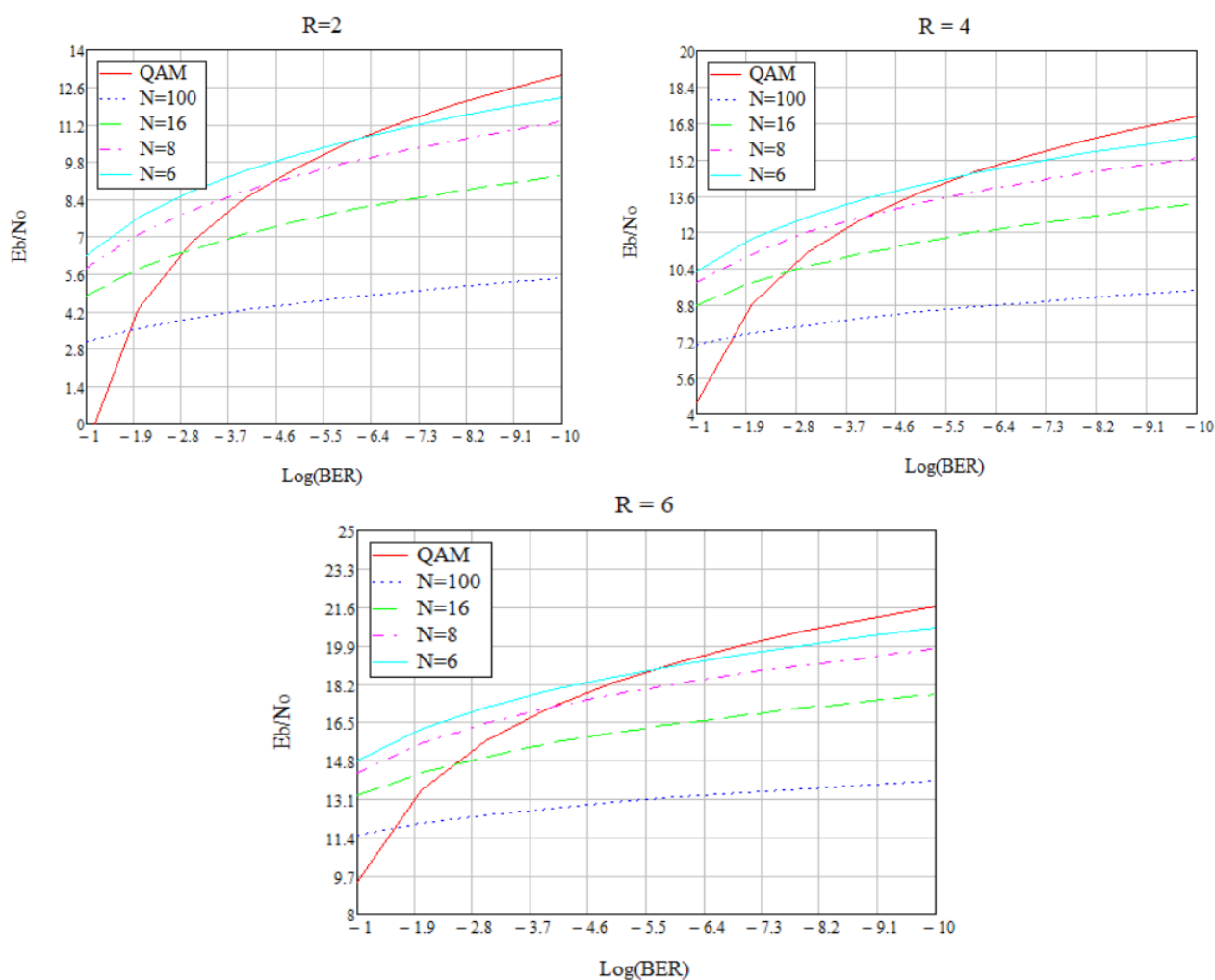


Рис. 7 - Зависимости $P_{нсac}(P_{нсac}, R_f, N)$ ПСАС при различных значениях мерности N (рис. автора)

Исходя из представленных на рис. 7 результатов можно сделать вывод о том, что при заданном уровне надежности приема наблюдается увеличение энергетической эффективности при увеличении мерности. В частности, следует отметить, что при размерности, превышающей 6, система передачи сообщений с

использованием многомерных сигналов (ПСАС) демонстрирует более высокую энергетическую эффективность по сравнению с использованием двумерных сигналов (QAM).

По формуле (22) проведем расчет для разных мерностей N удельных скоростей передачи сообщений R_f с $P_{ncac}(P_{ncac}, R_f, N) = 10^{-7}$ и сравнение энергетической эффективности системы связи при применении помехоустойчивого кода LDPC 9/10 [1].

Таблица 2 - Сравнение энергетической эффективности системы связи при применении помехоустойчивого кода LDPC и системы связи с ПСАС

R_f	Мерности N	отношение сигнал/шум E_b/N_0 дБ	Применение LDPC 9/10	граница шеннона
1,8	4	12	3,89	1,4
	6	10,71		
	8	9,85		
	200	3,73		
	2000	2,17		
2,7	4	13,7	4,47	3,09
	6	12,4		
	8	11,56		
	200	4,21		
	2000	3,8		
3,6	4	15,52	7,61	4,9
	6	14,22		
	8	13,36		
	200	7,21		
	2000	5,67		
4,5	4	17,44	9,56	6,82
	6	16,14		
	8	15,28		
	200	9,15		
	2000	7,59		

Вычислительные затраты, требующиеся для выполнения различных алгоритмов декодирования LDPC и алгоритм демодуляции по ПСАС с мерностью N , представлены в табл. 3.

Таблица 3 - Количество вычислительных операций, необходимых для выполнения различных алгоритмов декодирования для кода (n, k) , и алгоритм демодуляции по ПСАС с мерностью N

Операция	Количество операций			
	“bit-flip”	“sum-product”	“min-sum”	ПСАС
Сложение	$dr (dr-1)(n-k) + 1$	$ndc^2 + dr^2$	ndc^2	N
Умножение	n	$2dr (2dr-1)(n-k)$	$dr (dr-1)(n-k)$	$3N^2 - 8N + 4$
Сравнение	$2n-1$	$2dr (2dr-1)(n-k) + n$	$dr (dr-2)(n-k) + n$	$N-1$
Взятие модуля числа	-	$dr^2 (n-k)$	$dr (dr-1)(n-k)$	$2N-3$
Сложение по модулю 2	$2dr (n-k) + 1$	$dr (n-k)$	$dr (n-k)$	-

Обычно в CCC стандарта DVB-S2 для всех режимов длина кодовой комбинации кода LDPC равна 64800. Результаты вычисления сложности операции кодов LDPC 9/10 (64800,58320) и ПСАС с мерностью 200 представлены в табл. 4.

Таблица 4 - Вычислительная сложность различных алгоритмов декодирования LDPC кода (54800,58320), и алгоритм демодуляции по ПСАС с мерностью 200

Операция	Количество операций			
	“bit-flip”	“sum-product”	“min-sum”	ПСАС
Сложение	5637601	1037700	1036800	200
Умножение	64800	22939200	5637600	118400
Сравнение	129599	23004000	5508000	198
Взятие модуля числа	-	5832000	5637600	393
Сложение по модулю 2	388801	194400	194400	-
Общая сумма	6220801	53007300	18014400	119191

Из представленного на табл. 2 исследования следует, что при увеличении мерности системы ПСАС наблюдается улучшение ее энергетической эффективности. Более того, при размерности, равной 2000, энергетическая эффективность системы почти достигает границы Шеннона. Стоит отметить, что при мерности, превышающей значение 200, энергетическая эффективность

системы связи, использующей технологию ПСАС, превосходит аналогичную систему, основанную на кодах LDPC 9/10.

Из табл. 4 можно заметить, что количество операций, необходимых для выполнения различных алгоритмов декодирования LDPC кода (54800,58320), значительно превышает количество операций, требуемых для алгоритма ПСАС

В случае спутниковой связи, где применение кодера и декодера может потребовать значительных экономических затрат, использование ПСАС может существенно уменьшить техническую сложность и экономические издержки (в соответствии с научными исследованиями, существует возможность не использовать помехоустойчивое кодирование).

Пример построения восьмимерных сигналов с ГПФМ

Аналитическая формула для отображения восьмимерных сигналов с ГПФМ имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 s_m(t) &= \sqrt{\frac{8}{2}} P_s (x_{m1} \sin \omega_1 t + x_{m2} \cos \omega_1 t + x_{m3} \sin \omega_2 t + x_{m4} \sin \omega_2 t + \dots \\
 &\quad + x_{m5} \sin \omega_3 t + x_{m6} \cos \omega_3 t + x_{m7} \sin \omega_4 t + x_{m8} \sin \omega_4 t) \\
 x_{m1}(\varphi_1) &= \sin \varphi_1; \quad x_{m2}(\varphi_1, \varphi_2) = \cos \varphi_1 \sin \varphi_2; \quad x_{m3}(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3) = \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \sin \varphi_3; \\
 x_{m4}(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4) &= \prod_{i=1}^3 \cos \varphi_i \sin \varphi_4; \quad x_{m5}(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5) = \prod_{i=1}^4 \cos \varphi_i \sin \varphi_5; \\
 x_{m6}(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6) &= \prod_{i=1}^5 \cos \varphi_i \sin \varphi_6; \quad x_{m7}(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6, \varphi_7) = \prod_{i=1}^6 \cos \varphi_i \sin \varphi_7; \\
 x_{m8}(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6, \varphi_7) &= \prod_{i=1}^7 \cos \varphi_i
 \end{aligned} \tag{23}$$

где $\varphi_{m1} = I_{m1} \Delta \varphi_{m1}; \varphi_{m2} = I_{m2} \Delta \varphi_{m2}; \varphi_{m3} = I_{m3} \Delta \varphi_{m3};$

$\varphi_{m4} = I_{m4} \Delta \varphi_{m4}; \varphi_{m5} = I_{m5} \Delta \varphi_{m5}; \varphi_{m6} = I_{m6} \Delta \varphi_{m6}; \varphi_{m7} = I_{m7} \Delta \varphi_{m7};$

Значения $\Delta \varphi_{mi}$ могут быть определены по формуле (12):

$$\Delta\varphi_{m2} = 2 \arcsin \frac{|\sin(\Delta\varphi_1 / 2)|}{\cos(I_{m1}\Delta\varphi_1)}; \Delta\varphi_{m3} = 2 \arcsin \left(\frac{|\sin(\Delta\varphi_1 / 2)|}{\prod_{i=1}^2 |\cos(I_{mi}\Delta\varphi_{mi})|} \right);$$

$$\Delta\varphi_{m4} = 2 \arcsin \left(\frac{|\sin(\Delta\varphi_1 / 2)|}{\prod_{i=1}^3 |\cos(I_{mi}\Delta\varphi_{mi})|} \right); \Delta\varphi_{m5} = 2 \arcsin \left(\frac{|\sin(\Delta\varphi_1 / 2)|}{\prod_{i=1}^4 |\cos(I_{mi}\Delta\varphi_{mi})|} \right);$$

$$\Delta\varphi_{m6} = 2 \arcsin \left(\frac{|\sin(\Delta\varphi_1 / 2)|}{\prod_{i=1}^5 |\cos(I_{mi}\Delta\varphi_{mi})|} \right); \Delta\varphi_{m7} = 2 \arcsin \left(\frac{|\sin(\Delta\varphi_1 / 2)|}{\prod_{i=1}^6 |\cos(I_{mi}\Delta\varphi_{mi})|} \right).$$

Интервал индекса модуляции:

$$\begin{aligned} -M_1 &\leq I_{m1} \leq M_1; -M_2 \leq I_{m2} \leq M_2; \\ -M_3 &\leq I_{m3} \leq M_3; -M_4 \leq I_{m4} \leq M_4; \\ -M_5 &\leq I_{m5} \leq M_5; -M_6 \leq I_{m6} \leq M_6; \\ 0 &\leq I_{m7} \leq M_7(\Delta\varphi_1, \vec{I}_{m(N-1)}); \end{aligned}$$

где

$$M_1 = \text{floor}(\arccos(\sin(\Delta\varphi_1 / 2) / \Delta\varphi_1); M_2 = \text{floor} \left\{ \arccos \left[\frac{|\sin(\Delta\varphi_1 / 2)|}{|\cos(I_{m1}\Delta\varphi_{m1})|} \right] \frac{1}{\Delta\varphi_{m2}} \right\};$$

$$M_3 = \text{floor} \left\{ \arccos \left[\frac{|\sin(\Delta\varphi_1 / 2)|}{\prod_{i=1}^2 |\cos(I_{mi}\Delta\varphi_{mi})|} \right] \frac{1}{\Delta\varphi_{m3}} \right\}; M_4 = \text{floor} \left\{ \arccos \left[\frac{|\sin(\Delta\varphi_1 / 2)|}{\prod_{i=1}^3 |\cos(I_{mi}\Delta\varphi_{mi})|} \right] \frac{1}{\Delta\varphi_{m4}} \right\};$$

$$M_5 = \text{floor} \left\{ \arccos \left[\frac{|\sin(\Delta\varphi_1 / 2)|}{\prod_{i=1}^4 |\cos(I_{mi}\Delta\varphi_{mi})|} \right] \frac{1}{\Delta\varphi_{m5}} \right\}; M_6 = \text{floor} \left\{ \arccos \left[\frac{|\sin(\Delta\varphi_1 / 2)|}{\prod_{i=1}^5 |\cos(I_{mi}\Delta\varphi_{mi})|} \right] \frac{1}{\Delta\varphi_{m6}} \right\};$$

$$M_7(\Delta\varphi_1, \vec{I}_{m(N-1)}) = \text{floor} \left(\frac{2\pi}{\Delta\varphi_{m7}} \right)$$

Общее количество сигнальных точек будет равно:

$$M_{s8}(\Delta\varphi_1) = \sum_{I_1=0}^{M_1} \sum_{I_2=0}^{M_2} \dots \sum_{I_{N-1}=0}^{M_{N-1}} 2^{I_1+I_2+\dots+I_{N-1}} M_7(\Delta\varphi_1, \vec{I}_{m(N-1)})$$

Рассчитанные по предыдущим формулам результаты представлены в табл.

5.

Таблица 5 - Параметры восьмимерных сигналов ГПФМ

$ I_{m1} $	$ I_{m2} $	$ I_{m3} $	$ I_{m4} $	$ I_{m5} $	$ I_{m6} $	A_1	$A_{1\Sigma}$	A_2	$A_{2\Sigma}$	A_3	$A_{3\Sigma}$	A_4	$A_{4\Sigma}$	A_5	$A_{5\Sigma}$	A_6	$A_{6\Sigma}$	$\Delta\varphi_1$	$\Delta\varphi_{m2}$	$\Delta\varphi_{m3}$	$\Delta\varphi_{m4}$	$\Delta\varphi_{m5}$	$\Delta\varphi_{m6}$	$\Delta\varphi_{m7}$																					
0	0	0	0	0	0	700	700	386	386	192	192	86	86	36	36	10	10	0,57 4	0,574	0,57 4	0,57 4	0,57 4	0,574	0,574																					
					1											28	0,688																												
					2											36	1,523																												
					1											0	0							0	0	700	700	386	386	192	192	86	86	36	36	9*2	28	0,57 4	0,574	0,57 4	0,57 4	0,57 4	0,574	0,688	
																									1											18	0,688								
																									2											42	1,523								
																									1											42	0,688								
																									2											86	1,523								
																									1											184	0,688								
																									2											42	1,523								
																									1											42	0,688								
																									2											98	1,523								
																									1											184	0,903								
																									2											8	1,523								
																									1											184	0,688								
																									2											8	1,523								
																									1											184	0,903								
																									2											8	1,523								
																									1											184	1,563								
					2											8	1,523																												
					1											184	1,523																												
					2											8	1,523																												
					0											1	0							0	0	0	306	692	186	186	98	98	42	42	42	42	9*2	18	0,68 8	0,68 8	0,68 8	0,68 8	0,68 8	0,688	0,688
																										1											42	0,903							
																										2											56	1,563							
																										1											56	0,903							
																										2											98	1,563							
																										1											186	0,903							
																										2											42	1,563							
																										1											186	0,903							
																										2											56	1,563							
																										1											186	1,563							
2	88	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											
0	2	0	0	0		0	8	700	8	314	8	8	8	8	8			8	4*2	8	0,688	0,68 8	0,68 8			0,68 8											0,68 8	0,688							0,688
						1													42	0,903																									
						2													56	1,563																									
						1													56	0,903																									
						2													98	1,563																									
					1	186										0,903																													
					2	42										1,563																													
					1	186										0,903																													
					2	56										1,563																													
					1	186										1,563																													
					2	88										1,563																													
					1	186										1,563																													
					2	88										1,563																													
					1	186										1,563																													
					2	88										1,563																													
					1	186										1,563																													
					2	88										1,563																													
					1	186										1,563																													
					2	88										1,563																													
					1	186										1,563																													
					2	88										1,563																													
					1	186										1,563																													
					2	88										1,563																													
					1	186										1,563																													
					2	88										1,563																													
					1	0										0	0		0	0				458	1158		306	306	186	186	98	98	42	42	9*2	18			0,57 4	0,688	0,68 8	0,68 8	0,68 8	0,688	0,688
																				1															42	0,903									
																				2															56	1,563									
																				1															56	0,903									
																				2															98	1,563									
																				1															186	0,903									
																				2															42	1,563									
1	186	0,903																																											
2	56	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											
1	186	1,563																																											
2	88	1,563																																											

ЭЛЕКТРОННЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ «ДНЕВНИК НАУКИ»

	1	0	0	0	0			152	458	120	120	88	88	56	56	6*4	24			0,90	0,90	0,90	0,903	0,903
					1											4*8	56			3	3	3	1,563	1,563
				1	0							32	120	32	88	4*8	32					1,563	1,563	1,563
			1	0	0					32	152	32	32	32	32	4*8	32				1,563	1,563	1,563	1,563
2	0	0	0	0	0	8	1166	8	8	8	8	8	8	8	8	4*2	8		1,523	1,523	1,523	1,523	1,523	1,523

$A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ - суммарное количество сигнальных точек, расположенных на окружностях, принадлежащих соответствующему индексу

$A_{\Sigma 1}, A_{\Sigma 2}, A_{\Sigma 3}, A_{\Sigma 4}, A_{\Sigma 5}, A_{\Sigma 6}$ - общее количество сигнальных точек, которое содержится в каждом индексе

Заключение

В данном исследовании был проведен сравнительный анализ систем связи, которые используют многопозиционную модуляцию M-APSK, M-QAM и PCAC. Также был проведен анализ стандарта DVB-S2, который широко используется в современных спутниковых связных системах. С использованием программы Матсад, были рассчитаны спектральные характеристики систем связи, использующих многопозиционную модуляцию M-APSK, M-QAM и PCAC.

Проведенное исследование показало, что применение многомерных сигналов в системах связи превосходит системы, основанные на стандарте DVB-S2.

Библиографический список

1. Анпилогов В. Сигнально-кодовые конструкции в каналах спутниковой связи и вещания / В. Анпилогов, В. Ермилов // Технология и средства связи. – 2012. – Спец. выпуск. Спутниковая связь и вещание. – С. 82-85.
2. Быховский М.А. Гиперфазовая модуляция – оптимальный метод передачи цифровых сообщений (Часть 1) / М.А. Быховский // Цифровая обработка сигналов. – 2018. – № 1. – С. 8-17.
3. Быховский М.А. Гиперфазовая модуляция – оптимальный метод передачи цифровых сообщений в гауссовских каналах связи / М.А. Быховский. М.: Техносфера, 2021.
4. Дегтярев С.С. Исследование влияния амплитудно-фазовой конверсии на помехоустойчивость приёма сигналов с модуляцией M-APSK / С.С. Дегтярев, В.И. Носов // Вестник СибГУТИ. – 2017. – № 2. – С. 3-16.
5. Шеннон К. Вероятность ошибки для оптимальных кодов в гауссовском канале / К. Шеннон // Работы по теории информации и кибернетике: Пер. с англ. Под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова. – М.: Из-во иностранной литературы, 1963.

6. Componiano C.N., Glazer B.G. A coherent digital amplitude and phase modulation scheme. IRE Transactions on Communications Systems. 1962. Vol. 10. No. 1. P. 90-95.

Оригинальность 97%